

Diseño y control de un sistema ortésico para rehabilitación de miembro superior

R. Merchant¹, D. Cruz-Ortiz², I. Chairez¹

¹Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología, Instituto Politécnico Nacional

²Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas, Instituto Politécnico Nacional

Resumen—El presente trabajo reporta el diseño y control de un prototipo de órtesis activa integrada por cinco grados de libertad. Enfocada a ayudar en la rehabilitación de pacientes con patologías de movimiento (EUC) asociadas al miembro superior. Se considera un esquema de control basado en modos deslizantes de segundo orden bajo la implementación del algoritmo *Twisting*. El esquema de control planteado, utiliza el algoritmo *Super-Twisting* como un diferenciador exacto y robusto para suministrar la derivada del error de seguimiento. Se generaron las trayectorias referencia basadas en señales tipo sigmoide, considerando los rangos angulares de las articulaciones asociadas al miembro superior en terapias de rehabilitación. El esquema de control propuesto, se implementó en simulación y se comparó contra el tradicional esquema de control proporcional derivativo. Esto permite la evaluación del desempeño del controlador-diferenciador para realizar el seguimiento de trayectoria que permita las terapias de rehabilitación. Estos dos algoritmos fueron implementados en cada una de las juntas que integran la órtesis.

Palabras clave: Ortesis activa, rehabilitación miembro superior, controlador basado en salida, algoritmo *Super-Twisting*, algoritmo *Twisting*.

I INTRODUCCIÓN

La enfermedad vascular cerebral (EVC) es una de las causas más frecuentes de muerte en el mundo. Esta enfermedad es un creciente problema de salud en países que viven la llamada transición epidemiológica [1]. En México, la escasa información publicada sobre EVC deriva principalmente de series hospitalarias, enfocándose en algunos tópicos particulares, como isquemia o aneurismas por mencionar algunos. Sin embargo, estudios recientes realizados por el SINAIS México, indican que la mortalidad general atribuida a EVC, mostró un patrón de ascenso desde el año 2000 al 2008, mostrando en el año de 2008 una tasa de 28.5 por cada 100,000 habitantes.

En las últimas décadas, se ha observado que la implementación de un esquema de rehabilitación, basado en terapia asis-

tida ofrece mejores resultados en la recuperación del paciente. Este trabajo se lleva a cabo regularmente, por fisioterapeutas especializados. Sin embargo, esta es una tarea rutinaria repetitiva y requiere invertir una gran cantidad de los recursos financieros y humanos de instituciones hospitalarias, a consecuencia de la creciente carga de pacientes, que deben ser atendidos en instituciones públicas [2].

Lo anterior, ha motivado esfuerzos para incrementar el desarrollo de tratamientos de rehabilitación, basados en sistemas robóticos supervisados por fisioterapeutas. La órtesis activa (OA) es una clase de robot de asistencia que está diseñado para ayudar a los pacientes a recuperar la función del miembro afectado sin sustituir la estructura anatómica original.

El diseño de una OA exige la solución a dos cuestiones relevantes: a) El controlador propuesto para regular el movimiento del dispositivo, y b) Las trayectorias de referencia utilizadas para obligar a la exacta implementación de una terapia. La primera de las etapas listadas anteriormente, solo puede ser resuelto con la implementación de un controlador automático. Esquemas de control tradicionales basados en la forma clásica de proporcional derivativo (PD) y par calculado han sido aplicados con éxito en muchas OA. Sin embargo, para obtener un buen rendimiento en aplicaciones de regulación y seguimiento de trayectoria, estos controladores necesitan el conocimiento completo de la dinámica del robot. Las incertidumbres introducidas por la interacción entre la órtesis y el paciente, deben ser abordados con un tipo de controlador robusto que puede garantizar el seguimiento de la trayectoria de referencia.

Una de las teorías con mas éxito en el control robusto, son los llamados modos deslizantes de segundo orden (MDSO). Este tipo de controladores parece ofrecer una solución mas adecuada para regular el seguimiento de trayectoria de una OA. Considerando que el modelo matemático de la OA obedece una estructura de segundo orden regular, característica de sistemas robóticos, los modos deslizantes pueden ofrecer mejores respuestas transitorias y pueden obligar a los estados a converger sobre las trayectorias de referencia en tiempo finito.

La forma de control más empleada, referida a los MDSO es el algoritmo *Twisting* [3]. Este esquema de control ha demostrado ser eficaz cuando el sistema robótico es incierto o es afectado por perturbaciones externas. Sin embargo, este controlador requiere la medición simultánea de posición y velocidad en cada una de juntas que integran el sistema robótico. El

inconveniente mencionado anteriormente, fue resuelto con la implementación de un diferenciador exacto y robusto (DER), basado en el algoritmo *Super-Twisting* (AST). Esta estructura resultó ser una notable solución para el desarrollo de controladores robustos basados en salida.

Considerando lo anterior el presente trabajo reporta el diseño y control por MDSO, de un prototipo de órtesis activa integrada por cinco grados de libertad.

II SISTEMA ROBÓTICO DE OA

De manera general la OA para miembro superior, se encuentra integrada por cuatro etapas principales, las cuales se esquematizan en la Figura 1. En este esquema, es posible observar que la OA, esta basada en una estructura electromecánica. Es decir consta de una estructura mecánica, sobre la cual se encuentran dispuestos algunos actuadores encargados de proveer movimiento a cada una de las cinco articulaciones que integran el dispositivo ortésico. La señal de control que produce el movimiento, se encuentra regulada por un algoritmo de control basado en la teoría de modos deslizantes.

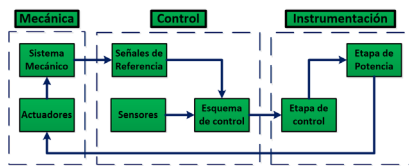


Figura 1: Esquema general de las etapas que integran al OA de miembro superior.

Luego de establecer el esquema general del dispositivo, se realizó un modelo simplificado de la OA, considerando medidas antropomórficas [4], así como los rangos angulares que se requieren para la realización de movimientos típicos en terapias de rehabilitación, los rangos angulares necesarios para estos movimientos se observan en la Tabla 1.

Tabla 1: Rangos angulares considerados para el diseño de la OA de miembro superior.

Movimiento miembro superior	Rango angular (Deg)
Proyección anterior	60
Abducción del brazo	90
Flexión del brazo	100
Flexión de la mano	80
Abducción cubital	25

De manera general se esquematiza en la Figura 2, un modelo simplificado de la OA, en la cual se pueden observar los grados de libertad considerados para el diseño final de la OA para miembro superior, el diseño contempla cinco grados de

libertad, así como las dimensiones promedio del miembro superior de un paciente adulto [4].

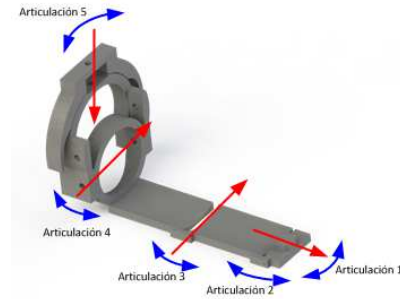


Figura 2: Modelo simplificado de OA para miembro superior.

La naturaleza electromecánica de la OA de miembro superior se utiliza aquí, para considerar que un sistema no lineal puede ser descrito matemáticamente por una ecuación diferencial no lineal de segundo orden. Por lo tanto, el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias se considera para representar al dispositivo en este estudio:

$$\ddot{z}(t) = f(\dot{z}(t), z(t)) + g(z(t))u(t) + \eta(\dot{z}(t), z(t), u(t), t) \quad (1)$$

En la ecuación anterior, $z \in \mathbb{R}^5$. La instrumentación electrónica implementada de manera regular en OA, usualmente implica la posibilidad de medir únicamente los ángulos en cada articulación. Luego entonces, es usual considerar la señal de salida $y \in \mathbb{R}^n$ con $n = 5$ es $y(t) = z(t)$

La clase de sistemas considerados en (1) con la selección de $x_a = z$ y $x_b = \dot{z}$ pueden ser representadas como

$$\begin{aligned} \dot{x}_a(t) &= x_b(t) \\ \dot{x}_b(t) &= f(x(t)) + g(x_a(t))u(t) + \eta(x(t), u(t), t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

donde $x^\top = [x_a^\top \ x_b^\top]$, $x \in \mathbb{R}^{10}$ y $C = [I_{5 \times 5}, 0_{5 \times 5}]$.

En este trabajo el problema consiste en un seguimiento de trayectoria entre los estados de (1) y la referencia estable del modelo dado por z^* en un tiempo finito. La trayectoria de referencia z^* satisface

$$\ddot{z}^*(t) = h(\dot{z}^*(t), z^*(t)) \quad (3)$$

. La declaración previa, puede ser reformulada como $\|e(t)\| = 0 \ \forall t \geq T^*$ donde T^* es el tiempo de convergencia $e = z - z^*$.

III ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR

El problema de seguimiento de trayectoria planteado en este estudio, puede ser resuelto por algunos esquemas de control bien desarrollados. La manera más común para resolver el

problema de seguimiento es el esquema denominado PD. Por otro lado, otra opción para controlar las articulaciones de la estructura de manipulador observada en la OA es el llamado algoritmo *Twisting*. Sin embargo, en cualquiera de los casos anteriormente mencionados, se requiere la medición simultánea de x_a y x_b . Esta condición obliga la implementanci3n de una gran cantidad de sensores sobre la OA, adem3s de un alto consumo energ3tico por parte de los mismos. El problema anteriormente mencionado, se ha resuelto mediante los llamados observadores de estados. Uno de los ejemplos notables en cuanto a este tipo de estimadores es el AST que posee propiedades relevantes [3], las cuales pueden ser 3tiles al momento de resolver el seguimiento de trayectoria propuesto en este estudio.

Super-Twisting El AST a diferencia de otros algoritmos basados en modos deslizantes de segundo orden, puede ser empleado en sistemas que tienen grado relativo uno con respecto a la salida [3]. El AST tambi3n ha sido empleado como controlador, estimador de estados y como diferenciador robusto (DR).

En particular, la aplicaci3n del AST como DR esta basada en la siguiente descripci3n: Si $w_1(t) = r(t)$ donde $r(t) \in \mathbb{R}$ es la se3al a diferenciar, $w_2(t) = \dot{r}(t)$ representa la derivada y bajo el supuesto de $|\ddot{r}(t)| \leq r^+$, se incorpora la siguiente ecuaci3n auxiliar

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= w_2(t) \\ \dot{w}_2(t) &= \dot{r}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

La ecuaci3n diferencial previa es la representaci3n en forma de variables de estado para la se3al $r(t)$. El AST para obtener la derivada de $r(t)$ est3 descrito por

$$\begin{aligned} \dot{\bar{w}}_1(t) &= \bar{w}_2(t) - \lambda_1 |\Delta_w(t)|^{1/2} \text{sign}(\Delta_w(t)) \\ \dot{\bar{w}}_2(t) &= -\lambda_2 \text{sign}(\Delta_w(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta_w = \bar{w}_1(t) - w_1(t), d(t) = \frac{d}{dt} \bar{w}_1(t)$$

Donde $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ son las ganancias del AST. Aqu3 $d(t)$ es la salida del diferenciador [5].

Para aplicar el diferenciador, se representa el sistema incierto (2) como la composici3n de 5 sistemas de segundo orden

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a,i}(t) &= x_{b,i}(t) \\ \dot{x}_{b,i}(t) &= f_i(x(t)) + g_i(x_a(t))u_i(t) + \zeta_i(x(t), u(t), t) \end{aligned} \quad (6)$$

Donde $i = \overline{1,5}$, las variables $x_{a,i}$ y $x_{b,i}$ son los i -3simos y $(n+i)$ -3simos estados de (2), respectivamente.

Controlador Twisting Antes de que el AST pueda ser aplicado, la din3mica del error de seguimiento tambi3n debe ser tratada como en el caso de (6). Entonces, la definici3n para los elementos individuales para el vector e est3n dados por: $e_i = \dot{x}_{a,i} - \dot{x}_{a,i}^*$, donde $\dot{x}_{a,i}$ son las se3ales de referencia a seguir.

Bas3ndose en la descripci3n del modelo del RIG presentada en (1) y en el modelo para las trayectorias de referencia

propuestas, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= e_{i+n}(t) \dot{e}_{i+n}(t) = f_i(x(t)) + g_i(x_a(t))u_i(t) - \\ &h_i(x^*(t) + \zeta_i(x(t), u(t), t)) \end{aligned} \quad (7)$$

El problema consiste en un seguimiento de trayectoria entre los estados de (1) y la referencia estable del modelo dado por z^* en un tiempo finito.

La trayectoria de referencia z^* satisface: $\dot{z}^*(t) = h(\bar{z}^*(t), z^*(t))$

La declaraci3n previa, puede ser reformulada como $\|e(t)\| = 0 \forall t \geq T^*$ donde T^* es el tiempo de convergencia $e = z - z^*$. La funci3n $h(z^*, \dot{z}^*)$ es una funci3n Lipschitz. La funci3n $h_i(x^*(t))$ es el i -3simo componente del vector $h(x^*(t))$. En este articulo se supone que $g_i(x_a(t)) \neq 0, \forall x_a \in \mathbb{R}^n$. Usando la estructura del AST y la aproximaci3n de la se3al de error derivado, se selecciona el control *Twisting* como:

$$u_i(t) = -k_{1,i}(t) \frac{e_i(t)}{|e_i(t)|} - k_{2,i}(t) \frac{d_i(t)}{|d_i(t)|} \quad (8)$$

Las ganancias en el controlador *Twisting* $\bar{k}_{1,i}$ y $\bar{k}_{2,i}$ son escalares, que deben ser ajustados para resolver el problema de seguimiento de trayectoria.

IV RESULTADOS NUM3RICOS

Considere el modelo de OA mostrado en la Figura 3. El modelo mencionado fue construido en el *software* de *SolidWorks*, posteriormente fue exportado a *Matlab*, donde se empleo el *toolbox* de *SimMechanics*. El modelo obtenido del proceso anteriormente mencionado es de gran utilidad en esta simulaci3n, ya que el modelo matem3tico del sistema es incierto. De tal manera que el 3nico hecho conocido es que el modelo de segundo orden de la OA obtenido mediante *SimMechanics* es controlable y observable en casi todas las configuraciones alcanzadas. Por tanto, el esquema de control propuesto es aplicable al sistema de OA para miembro superior.

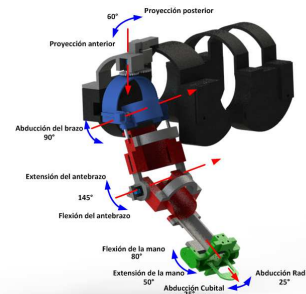


Figura 3: Modelo de OA empleado en la simulaci3n num3rica para este estudio.

La colocaci3n del dispositivo sobre el cuerpo del paciente se puede observar en la Figura 4.

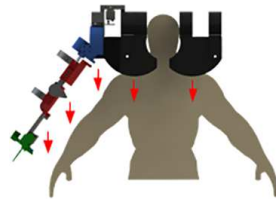


Figura 4: Esquema de la colocación de la OA para miembro superior sobre el paciente.

Al aplicar el esquema de control robusto basado en el algoritmo *Twisting*, la implementación del derivador robusto obtenido mediante el AST presenta algunas ventajas. A partir de los resultados, fue posible verificar la robustez del AST, el cual produce un mejor rendimiento al implementar cualquier controlador aplicado a sistemas de segundo orden, cuando la única información medible como señal de salida es la posición.

Por tanto, la primera parte de las simulaciones numéricas se dedica a observar el desempeño del AST como derivador. En este caso se compara la derivada del error de seguimiento con la información proporcionada de las mediciones obtenidas directamente del sensor virtual de velocidad angular simulado en la OA. La diferenciación de la señal de error se muestra en la Figura 5, donde se puede observar la estimación de la velocidad de la junta correspondiente al movimiento de proyección anterior.

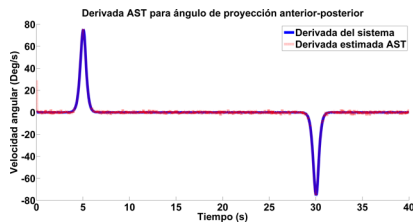
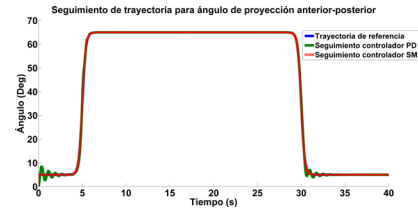
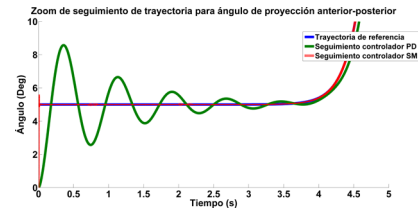


Figura 5: Estimación de la velocidad para el ángulo de proyección basado en AST, comparado con la velocidad obtenida del modelo simulado en *Matlab*.

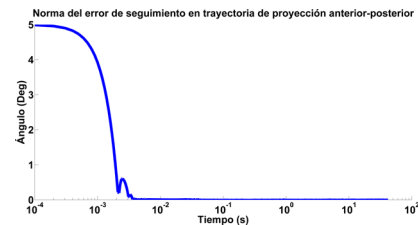
Los resultados obtenidos en la simulación para el seguimiento de trayectoria se observan en la Figura 6. En esta figura se muestra la trayectoria de referencia propuesta para el ángulo de proyección anterior-posterior. En la imagen (a) y (b) es posible observar el desempeño del controlador aplicado, así como la comparación con un esquema de control tradicional como lo es el PD. En dicha comparación es posible verificar que el AT ofrece mejores respuestas transitorias. En la imagen (c), se observa la norma del error de seguimiento, donde es posible observar un error menor a un grado, así como un tiempo de convergencia menor a 0.02 s, lo que es permisible para una OA, que implementa terapias sobre un paciente.



(a) Seguimiento de trayectoria



(b) Zoom de seguimiento de trayectoria



(c) Norma del error de seguimiento

Figura 6: Desempeño del controlador ST

V CONCLUSIONES

Un controlador de salida basado en el AT fue implementado en simulación para regular el seguimiento de trayectoria de una OA de miembro superior, la cual fue diseñada en el ambiente de *SolidWorks*, considerando dimensiones antropomórficas. El controlador emplea la estimación de la velocidad obtenida mediante el AST. El controlador en lazo cerrado obligo a la convergencia en tiempo finito de los errores de seguimiento al origen. Las trayectorias de referencia se generaron empleando señales tipo sigmoide basadas en los rangos angulares correspondientes al miembro superior.

RECONOCIMIENTOS

Agradecemos al IPN por el apoyo brindado para la realización de este proyecto.

REFERENCIAS

- [1] P. M. Lavados, A. J. Hennis, J. G. Fernandes, M. T. Medina, B. Legetic, A. Hoppe, C. Sacks, L. Jadue, and R. Salinas, "Stroke epidemiology, prevention, and management strategies at a regional level: Latin america and the caribbean," *The Lancet Neurology*, vol. 6, no. 4, pp. 362–372, 2007.
- [2] P. W. Duncan, R. Zorowitz, B. Bates, J. Y. Choi, J. J. Glasberg, G. D. Graham, R. C. Katz, K. Lamberty, and D. Reker, "Management of adult stroke rehabilitation care a clinical practice guideline," *Stroke*, vol. 36, no. 9, pp. e100–e143, 2005.
- [3] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control," *International journal of control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [4] C. C. Gordon, T. Churchill, C. E. Clauser, B. Bradtmiller, J. T. McConville, I. Tebbetts, and R. A. Walker, "Anthropometric survey of us army personnel: Summary statistics, interim report for 1988," tech. rep., DTIC Document, 1989.
- [5] A. Levant, "Robust exact differentiation via sliding mode technique," *Automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379–384, 1998.