

# Uso de capas PML en el Modelado del Campo Acústico de un Transductor HIFU Cóncavo

J. C. García-López<sup>1\*</sup>, R. Martínez-Valdez<sup>2</sup>, A. Vera<sup>1</sup>, L. Leija<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Bioelectrónica, CINVESTAV-IPN, Ciudad de México, México.

<sup>2</sup>Department of Radiology, UT Southwestern Medical Center, Dallas Texas, USA.

\*jcarlos.garcial@cinvestav.mx

**Abstract**— High intensity focused ultrasound (HIFU) as a non-invasive technique is under study due to its application in rehabilitation and as oncological therapy. High intensity pressure in a millimetric space generates high acoustic intensity that produces an ablation temperature ( $> 60$  °C). For treatment planning in cancer therapy and systems characterization, it is usual to use computational modeling. Finite Element Method (FEM) is a common tool used to solve acoustic fields produced by HIFU transducers. However, the computational cost could represent an issue; therefore, it is necessary to simplify the model to try obtaining an approximate solution that can be validated. In this work, modeling of the acoustic propagation of a HIFU transducer was made by means of a perfectly absorbing artificial layer named perfectly matched layer (PML). The methodology consisted in the proposal of a minimum distance to place this layer from the region of interest, which keeps a relation to the focal zone. The results showed a decrease in the number of elements used for the solution; consequently, there was a reduction of more than twice the simulation time compared to a reference model. The simulations were validated with experimental acoustic pressure measurements along the propagation axis where the maximum pressure was located at 97 mm. For our model, the maximum pressure reached was found at 97.165 mm, whereas for the other models there was an increase in distance up to 0.62 mm.

**Palabras clave**— Acoustic field modeling, Discretization, FEM, PML, Ultrasonic transducer.

## I. INTRODUCCIÓN

El ultrasonido focalizado de alta intensidad (HIFU) es una técnica para terapia mínimamente invasiva, cuyo objetivo es lograr un aumento de temperatura en la zona de aplicación [1]. Con esta técnica, se pueden alcanzar temperaturas de hipertermia o ablación térmica con fines de rehabilitación, paliación o como terapia oncológica. El método consiste en la deposición de energía acústica de alta intensidad en un punto específico (foco), lugar donde ocurren las interacciones mecánicas y fisicoquímicas con el medio de interés [1]. El suministro de energía puede ser dado por diferentes tipos de transductores, ya sea formados por elementos simples o arreglos de elementos [1]. Los transductores HIFU mono-elemento contemplan un disco

cóncavo que, debido a su geometría, concentran la alta energía en un punto específico a una distancia fija. Para los estudios de factibilidad, diseño y caracterización de sistemas, es común apoyarse en la simulación computacional de los fenómenos a analizar [2]. Modelar el fenómeno de interés permite estudiar el desempeño o funcionalidad de la metodología para la planeación de la experimentación y reducción de las dificultades que eso conlleva.

El efecto acústico de transductores HIFU puede ser aproximado resolviendo la ecuación de onda de Helmholtz por método del elemento finito (FEM). Debido a la naturaleza de la ecuación de onda, su solución por FEM representa un alto coste computacional, generalmente por la discretización del dominio. Cuanto más grande sea la geometría, tenga múltiples subdominios o con altas frecuencias, la solución por FEM se vuelve más compleja. Una forma disminuir los recursos computacionales utilizados es reduciendo el tamaño de la geometría, truncando el límite de radiación con el uso de materiales absorbentes perfectamente acoplados (PML) [3-5]. La capa de PML es un dominio artificial que imita una radiación infinita mediante límites finitos; además, reduce las reflexiones numéricas en las zonas de interés. La PML ha sido descrita para electromagnetismo [3], pero es válida para la solución de ecuaciones de onda al “sustituir” condiciones de contorno más simples como la impedancia acústica. El rendimiento y eficacia de la PML depende del grosor y de la posición en que se encuentren [6,7], por ejemplo, para dominios ilimitados en la propagación acústica de estructuras [5]. Una descripción teórica y correcto funcionamiento es dado en el dominio de la frecuencia, por otro lado, en el dominio del tiempo se presenta una mayor complejidad [7,8]. Algunos trabajos recientes acerca del uso de las PML implican el ajuste de las propiedades que son definidas en cada elemento de la malla [8]. Otros trabajos [9], describen nuevas formulaciones para ecuaciones de onda discretizadas, donde no se presentan reflexiones numéricas en la zona de interés.

Para reducir tiempos computacionales, la elección de algún método en particular, depende del problema abordado,

siendo de particular interés el grosor de la PML y su distancia de colocación de la región de interés. Por esto último, este trabajo se enfocó en la determinación de la distancia de colocación de la capa superior de PML en la simulación del campo acústico generado por un transductor HIFU. Se buscó reducir el tiempo de simulación y recursos computacionales acortando el dominio en función de la zona focal (región de interés) generada por el transductor. Además, la malla que discretiza el dominio fue modificada para reducir el tamaño máximo del elemento que soluciona el fenómeno por FEM. Los resultados mostraron una reducción de tiempo de hasta 15 min en comparación con el modelo con condiciones máximas.

## II. METODOLOGÍA

Un transductor cóncavo es un piezoeléctrico en forma de casquete esférico que cumple con las características de la Fig. 1a (ver Fig. 1a) [10]. Para este trabajo, se utilizó un transductor cóncavo HIFU comercial con distancia focal de 100 mm (model-30-100/4, Onda Corporation®, Ø30 mm). La profundidad  $h$  del disco fue de 1.131 mm; además, presenta una frecuencia de resonancia de 4 MHz.

### A. Distancia de colocación del PLM

Para acortar el dominio en el que la solución de onda es resuelta, se hizo uso de capas PML. El análisis de las capas de PML en frecuencia añade términos complejos a las coordenadas del sistema [7,11,12]. En las regiones donde la PML es definida, se realiza una transformación a un sistema de coordenadas complejas estiradas estiladas como:

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \rightarrow \frac{1}{(1 + i\alpha_\delta)} \frac{\partial}{\partial \delta} \text{ para } \delta = x, y, z \quad (1)$$

Donde  $\alpha_\delta$  es una constante positiva relacionada directamente con el decaimiento exponencial de la onda dentro del dominio.

La ubicación correcta de la PML permite absorber las ondas incidentes a diferentes ángulos, evitando así las reflexiones numéricas hacia la región de interés. Aquí, se colocó la capa superior de PML a una distancia de 1.5 veces el tamaño de la zona focal del transductor a partir de la distancia focal del mismo. La zona focal está definida mediante (2). La PML superior se colocó a dicha distancia debido a que, para este estudio, la región de interés es la zona focal generada por el transductor cóncavo. Por lo tanto, a esa distancia, el lóbulo principal medido a una caída de -20 dB ha sido sobrepasado y, por ende, su forma completa se conserva.

### B. Simulación computacional

Para su simplificación, se considera que los transductores cóncavos presentan simetría axial, por lo que se realizaron modelos de tipo 2D axisimétricos. La Fig. 1b muestra la geometría del modelo que describe el método propuesto (ver Fig. 1b). Con este modelo, las transformaciones asociadas a la ecuación (1) son descritas en coordenadas cilíndricas, por lo que (1) está definida únicamente en  $r$  y  $z$ . La ecuación diferencial que soluciona el modelo es la ecuación de onda de Helmholtz; para un modelo axisimétrico se puede escribir como (3). Dado que el modelo es invariante en  $r$  y  $z$ , pese al uso de la PML, (3) es válida y no cambia en las regiones de interés.

$$Fz = \frac{2F^2}{N + 0.5F} \quad (2)$$

Donde  $Fz$  es la región de la zona focal,  $F$  es la distancia focal del transductor y  $N = 0.25a^2\lambda^{-1}$  donde  $\lambda$  es la longitud de onda.

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (3)$$

Donde  $p$  es la presión acústica (Pa),  $k = \omega/c$  es la frecuencia angular (rad/s) y  $c$  la velocidad del sonido (m/s).

Para el modelo la de Fig. 1b, el subdominio fue discretizado para realizar una malla más fina en la zona focal ( $d2$ ); el tamaño fue de  $\lambda/6$ . En el resto de la geometría ( $d1$ ), el tamaño máximo de los elementos fue de  $\lambda/4$ . Para ambos casos se utilizaron mallas de elementos triangulares. Las condiciones de contorno a las que estuvo sujeto el modelo fueron, borde 1: radiador, borde 2: simetría axial en  $r = 0$  y los bordes 3-5 se consideraron como contornos rígidos de Neumann [7]. El medio radiado fue considerado como agua; mientras que la condición de la PML fue definida para los subdominios  $d3$  y  $d4$ . Para determinar el grosor de la capa PML, se consideró la sugerencia hecha por el fabricante del software empleado para la solución de los

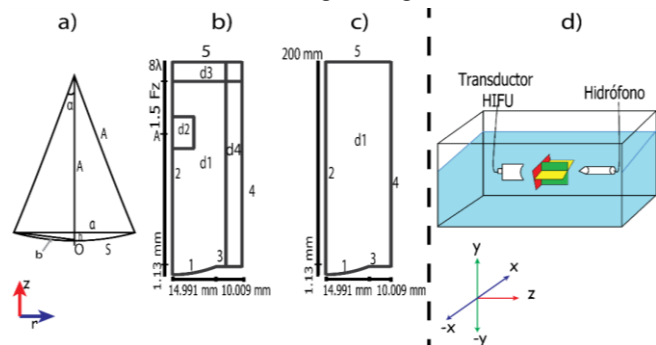


Fig. 1. a) Geometría del transductor cóncavo focalizado con radio geométrico  $a$ , radio de curvatura  $A$ , superficie  $S$  y ángulo  $\alpha$ . b) Geometría del modelo propuesto donde  $Fz$  es la zona focal y,  $d1$  y  $d2$  son dos dominios que contuvieron mallas diferentes. c) Geometría del modelo configurando las condiciones de contorno como impedancia acústica. Para  $a$  y  $b$ , los dominios  $d_n$  tuvieron características acústicas del agua. d) Representación de la caracterización del transductor HIFU. Plano  $xy$  (rojo), plano  $xz$  (amarillo) y plano  $yz$  (verde).

modelos. Así, en cada subdominio (d3 y d4) se tuvo una distribución perfecta de 8 elementos rectangulares.

Para verificar la eficacia computacional de la solución propuesta, se realizaron modelos configurando los límites exteriores como impedancia acústica. Los modelos con estas condiciones son válidos, pues la impedancia acústica es definida como la condición de frontera no reflectante más simple, siendo función de la densidad y la velocidad del sonido del medio [7]. La Fig. 1c muestra la geometría utilizada para este modelo (ver Fig. 1c); misma que se reprodujo 3 veces, para 3 diferentes tamaños máximos de elementos triangulares:  $\lambda/4$ ,  $\lambda/6$ ,  $\lambda/8$ . Las condiciones de contorno fueron similares a la de la Fig. 1a exceptuando los bordes 4 y 5, configurados esta vez como impedancia acústica. Las simulaciones fueron realizadas en agua que es considerada como un medio ideal y sin pérdidas, donde las características acústicas tomadas en cuenta fueron una densidad de  $1000 \text{ kg/m}^3$  y una velocidad del sonido de  $1500 \text{ m/s}$ .

Los modelos fueron resueltos en el dominio de la frecuencia a  $4 \text{ MHz}$ . El software utilizado fue COMSOL Multiphysics, ejecutado en una PC con procesador Intel-Core™ i7-7700 CPU @  $3.60 \text{ GHz}$ , 4 núcleos y  $12 \text{ GB}$  de memoria RAM. Para la validación de los resultados, se emplearon los datos obtenidos de la medición del campo acústico del transductor comercial que fueron realizados dentro de una tina llena de agua bidestilada desgasificada (ver Fig. 1d). La medición fue hecha con un hidrófono (PZTZ44-0400, Specialty Engineering Associates®) colocado a  $2 \text{ mm}$  de la carcasa del transductor, que se desplazó en los ejes X y Y con una resolución de  $0.1016 \text{ mm}$  y, en Z con una resolución de  $1 \text{ mm}$ .

### III. RESULTADOS

Los resultados del método propuesto para la distancia de colocación de la PML en el eje z mostraron una disminución considerable en la cantidad de elementos para la discretización del dominio. Esta reducción del tamaño de malla se traduce en la minimización del tiempo de simulación. En la Tabla 1 se muestran las comparaciones computacionales de las diferentes condiciones de los modelos de la Fig. 1b y 1c. El primero de los resultados se refiere al método propuesto con el ajuste de malla en el foco. Los modelos denominados  $\lambda/4$ ,  $\lambda/6$ ,  $\lambda/8$  corresponden a los casos en donde la malla del subdominio se realizó con el mismo tamaño máximo de elemento (Fig. 1c). Además, se incluye la distancia focal alcanzada en los diferentes modelos, donde el propuesto se acerca más a la distancia focal medida, que fue de  $97 \text{ mm}$ . Si bien, los resultados de  $\lambda/4$  representan una disminución del tiempo de simulación, el patrón de radiación fue inconsistente en el foco y en la

Tabla 1. Resultados computacionales de los diferentes modelos evaluados.

Modelo	Grados de libertad	Tiempo de simulación (s)	Distancia focal alcanzada (mm)
Propuesta	3,696,614	74	97.185
$\lambda/4$	4,854,223	104	97.4750
$\lambda/6$	5,459,910	219	97.6283
$\lambda/8$	9,700,477	971	97.5625

zona focal;

esto por tratarse de una malla gruesa. Por ello, el modelo propuesto toma mayor importancia al considerar que, en la región de interés (d2, Fig. 1b), el subdominio puede tener una malla más fina en comparación del resto. La Fig. 2a muestra la distribución de propagación acústica a lo largo del eje axial para todos los modelos, incluido el obtenido experimentalmente (ver Fig. 2a). Las distribuciones acústicas se normalizaron para realizar una comparación entre los resultados de los diferentes modelos. En la Fig. 2b se observa que, cuando se coloca una condición de contorno de impedancia acústica en el borde exterior del modelo, el patrón de presión acústica en el foco es deformado (ver Fig. 2b).

Esta deformación puede ser provocada por las reflexiones de ondas que inciden sobre el borde de impedancia en diferentes ángulos y contribuyen en la formación del campo en la región de interés. Con el uso de la PML y el ajuste de la malla en el foco, se aprecia un perfil de presión más suavizado, cercano y similar al medido. También, realizar un modelo como el de la Fig. 1b, pero con un mallado uniforme de tamaño  $\lambda/6$  en d1 garantiza una similitud con la del modelo propuesto, pero con aumento de recursos computacionales. En este último caso, el tiempo de simulación fue de aproximadamente el doble:  $136 \text{ s}$ . Por último, truncar el dominio de agua con la colocación de la capa de PML  $< 1.5 \text{ Fz}$  generó un perfil de presión rizado que es asociado a reflexiones numéricas.

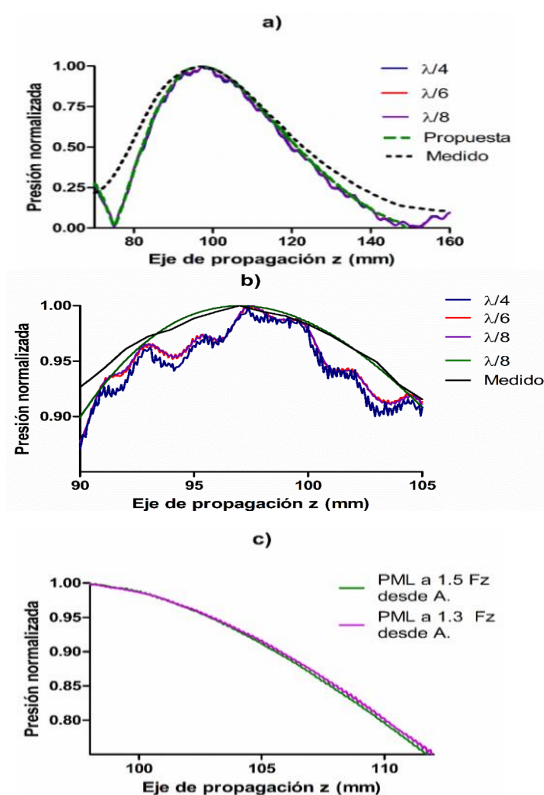


Fig. 2. Perfiles de presión a lo largo del eje z para los diferentes modelos evaluados, a) comparación entre los diferentes modelos, b) distorsiones en el foco por el uso de diferentes condiciones de contorno, c) comparaciones de modelos con diferentes distancias de colocación de la PML.

El modelo propuesto presenta resultados cuantitativos y cualitativos favorables. La capa PML colocada a una distancia igual a  $1.5 Fz$  desde la distancia focal del transductor redujo el tiempo de simulación en más de la mitad comparado con el modelo de la Fig. 2c y una malla de  $\lambda/6$ . La reducción en el tiempo de simulación fue más evidente cuando se comparó con el modelo de la Fig. 2c y una malla de  $\lambda/8$ . Pese a tener un tiempo de simulación similar cuando la malla completa fue de  $\lambda/4$ , como se mencionó anteriormente, se observaron errores en el cálculo del campo acústico en el foco. Cuando la distancia de colocación de la PML  $> 1.5 Fz$ , la respuesta evitó las reflexiones numéricas en la región de interés, pero discrepa con el objetivo de reducir recursos computacionales.

Por otro lado, se sabe que la medición de los campos acústicos cuando se involucran otros medios tales como phantoms de tejido o tejidos es complicada. Por lo tanto, el modelado computacional es eficaz y ha sido bien aceptado, incluso partiendo de modelos relativamente simples que puedan ser validados. Por eso, el método descrito puede ser sumamente útil para las simulaciones acústicas de transductores HIFU cuando se cuente con recursos computacionales bajos o limitados y con condiciones específicas. La extensión de su uso con la interacción de otros fenómenos como piezoelectricidad, calentamiento o en modelos más complejos como en geometrías 3D aún es objeto de estudio. Además, el modelado con este método para la interacción con otros medios deberá ser evaluada y validada teniendo en cuenta las restricciones a las que se encuentra sujeta el uso de la PML. Por último, pese a que el uso de un contorno de impedancia genera una distribución de presión en el foco como el de la Fig. 2b, su uso no se deshecha totalmente. Lo anterior, debido a que, en la realidad, no se tienen materiales absorbentes completamente perfectos, o el contenedor en donde se realizan los experimentos no es lo suficientemente amplio para disipar las ondas acústicas. Como los experimentos con muestras suelen realizarse en contenedores finitos y en ocasiones sin materiales absorbentes, la facilidad con la que la onda se propaga en el medio y cercano a los límites no puede ser la ideal. Por lo anterior, diferentes fenómenos como la reflexión podrían presentarse, llegando a obtener soluciones como el de la Fig. 2b. Por lo tanto, habrá que ser cuidadoso en la definición de las condiciones de contorno para el modelado del fenómeno que se desea analizar. Así, el uso de condiciones como PML resultan útiles y válidas en las simulaciones donde el modelo represente concordancia con el fenómeno evaluado y se compruebe su validez como el mostrado en este trabajo.

Los autores agradecen al CINVESTAV-IPN, el financiamiento para el desarrollo del proyecto presentado a CYTED-DITECROD-218RT0545 y el proyecto IV-8 convocatoria Amexcid-Auci 2018-2020. El autor García-López agradece el apoyo económico del CONACYT por la asignación de una beca nacional para maestría.

## REFERENCIAS

- [1] G. teer Har, C. Coussios, "High Intensity Focused Ultrasound: Physical Principles and Devices," *Int. J. Hyperthermia*, vol. 23, no. 2, pp. 89-104, Mar., 2007, DOI. 10.1080/02656730601186138.
- [2] A. Arnau, "Ultrasonic Hyperthermia," in *Piezoelectric Transducer and Applications*, 2nd ed., Spain: Springer, 2008, ch. 18, pp. 468-487.
- [3] S. Qiao, G. Shen, et al. "Modeling and Simulation of HIFU Induced Lesions Using Different Treatment Pattern," *AIP Conf. Proc.*, vol. 1481, no. 1, pp. 276-281, Oct., 2012, DOI. 10.1063/1.4757348.
- [4] J. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *J. Comput. Phys.*, vol. 114, no. 2, pp. 185-200, Oct., 1994, DOI. 10.1080/02656730601186138.
- [5] A. Vermeil de Conchard, H. Mao, R. Rumpler, "A Perfectly Matched Layer Formulation Adapted for Fast Frequency Sweeps of Exterior Acoustics Finite Element Models," *J. Comput. Phys.*, vol. 398, no. 1, pp. 1-16, Dec., 2019, DOI. 10.1016/j.jcp.2019.108878
- [6] A. Oskooi, L. Zhang, Y. Avniel, S. Johnson, "The Failure of Perfectly Matched Layers, and Towards their Redemption by Adiabatic Absorbers," *Opt. Express*, vol. 16, no. 15, pp. 11376-11392, Jul., 2008. DOI. 10.1364/OE.16.011376, [Online].
- [7] S. Marburg, "Perfectly Matched Layers" in *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids – Finite and Boundary Element Methods*, 1st ed, Germany: Springer, 2008, ch. 6, sec. II, pp. 37-56, 145-196.
- [8] L. Chen, M. B. Özakin, S. Ahmed and H. Bagci, "A Memory-Efficient Implementation of Perfectly Matched Layer with Smoothly Varying Coefficients in Discontinuous Galerkin Time-Domain Method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 69, no. 6, pp. 3605-3610, Jun., 2021, DOI. 10.1109/TAP.2020.3037651.
- [9] A. Chern, "A Reflectionless Discrete Perfectly Matched Layer," *J. Comput. Phys.*, vol. 381, no. 15, pp. 91-109, Mar., 2019, DOI. 10.1016/j.jcp.2018.12.026.
- [10] H. T. O'Neil, "Theory of Focusing Radiators," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 21, no. 5, pp. 516-526, Sept, 1949, DOI. 10.1121/1.1906542.
- [11] Q. Liu, J. Tao, "The Perfectly Matched Layer for Acoustic Waves in Absorptive Media," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 102, no. 4, pp. 2072-2082, Sept., 1998, DOI. 10.1121/1.419657.
- [12] P. Rajagopal, M. Drozd, et al., "On the Use of Absorbing Layers to Simulate the Propagation of Elastic Waves in Unbounded Isotropic Media Using Commercially Available Finite Element Packages," *NDT and E International.*, vol. 51, pp. 30-40, Oct., 2012, DOI. 10.1016/j.ndteint.2012.04.001.