

# Estimación Ciega de Perfiles y Abundancias con Variación Total para Imágenes Hiperespectrales de Uso Clínico

I. A. Cruz-Guerrero<sup>1\*</sup>, D. U. Campos-Delgado<sup>1</sup>, A. R. Mejía Rodríguez<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S.L.P., México.

\**alex.cruz.gro@gmail.com*

## Resumen

Los métodos de descomposición lineal ciega (DLC) son un conjunto de técnicas que permiten la separación de datos multi e hiperespectrales en perfiles y mapas de abundancia, los cuales han demostrado ser eficientes para clasificar diferentes tipos de tejido biológico. Sin embargo, debido a su formulación y a la presencia de ruido incidente, pueden producir mapas de abundancia con una gran presencia de granularidad en los píxeles. Debido a esto, en este trabajo se presenta una nueva propuesta de DLC que considera la información de coherencia espacial en su formulación, a través de un componente de la variación total regularizada, que llamamos estimación ciega extendida de perfiles y abundancias con variación total (EBEAE-TV). Los resultados demuestran el funcionamiento del algoritmo propuesto al evaluar datos sintéticos de imágenes microscópicas de tiempo de vida fluorescente, disminuyendo de manera significativa la granularidad en las abundancias estimadas, reduciendo el error de estimación hasta en un 31 % en comparación con un método de DLC con características similares. Estos resultados demuestran el potencial de EBEAE-TV en la estimación de perfiles y abundancias que permitan identificar y clasificar la composición bioquímica de una muestra biológica.

**Palabras clave:** Coherencia espacial, Datos hiperespectrales, Descomposición lineal ciega, Fluorescencia.

## 1 Introducción

Los métodos de descomposición lineal ciega (DLC) son una clase de algoritmos que permiten analizar la respuesta temporal o espectral de cada píxel de una imagen multi o hiperespectral, estimando diferentes miembros finales puros o perfiles característicos de los elementos de una muestra biológica, al igual que sus respectivos mapas concentraciones o abundancias mediante un modelo de mezcla lineal [1]. En la literatura existen algoritmos estándar que permiten realizar descomposiciones lineales que consideran la condición de no negatividad en los perfiles. En este sentido, la factorización de matrices no negativas (FMN) [2], estimación de componentes independientes (ECI) [3], resolución de curva multivariante (RCM) [4] y estimación ciega extendida de abundancias y perfiles (EBEAE del inglés Extended Blind End-member and Abundance Estimation) [5] son cuatro metodologías que generan buenos resultados considerando la no negatividad de los perfiles, lo que permite una correcta interpretación física de las estimaciones.

En años recientes, se han desarrollado avances con respecto al método de EBEAE al aplicar éste algoritmo a varios ámbitos médicos, tal como en [6], donde se toma un enfoque DLC para estimar perfiles y abundancias en imágenes de microscopia de tiempo de vida de fluorescencia, diferenciando entre colágeno, elastina y lipoproteínas de baja densidad. Posteriormente en [7] se utilizó una modificación del método anterior para la clasificación automática de plaquetas arteroescleróticas en imágenes intravasculares de tomografía de coherencia óptica. Finalmente, en [5] se presenta la más reciente extensión del algoritmo de estimación lineal ciega de abundancias y perfiles, el cual, es aplicado a imágenes de

tiempo de vida de fluorescencia, imágenes de tomografía de coherencia óptica y en imágenes hiperespectrales de cerebro, donde en todos los casos se realiza una clasificación cercana a lo que haría un experto clínico al momento de etiquetar las zonas dependiendo del tipo de tejido al que pertenecen.

Las técnicas de descomposición lineal, a pesar de haber demostrado ser eficientes al momento de clasificar diversos tipos de tejidos, son susceptibles a la presencia de ruido de diversas fuentes y a dispersión de la luz de píxeles adyacentes [8]. Además de esto, todas las técnicas DLC realizan un análisis en ubicaciones discretas, por lo que en conjunto con el ruido incidente pueden llegar a producir granularidad en los mapas de abundancia, generando errores de estimación no deseados [8, 9]. En la literatura, existen métodos de filtrado tal como el algoritmo de identificación del subespacio de señal hiperespectral por error mínimo [10] y la representación dispersa con restricción de bajo rango [11], que han demostrado una reducción significativa del ruido presente en imágenes hiperespectrales en sentido remoto. De igual manera, se han propuesto métodos DLC que aprovechan las propiedades de las técnicas de regularización de variación total, agregando información de coherencia espacial correspondiente a datos adyacentes, disminuyendo significativamente el efecto del ruido en los resultados producidos [1, 9, 12].

Por tal motivo, en este trabajo presentamos una extensión del algoritmo de EBEAE [5] que considera en su formulación el concepto de variación total, al que denominamos estimación ciega extendida de perfiles y abundancias con variación total (EBEAE-TV). La nueva metodología permite realizar una estimación ciega de perfiles y abundancias en bases de datos hiperespectrales, considerando coherencia espacial y permitiendo estimar perfiles no-negativos linealmente independientes, con una reducción significativa del efecto del ruido, así generando mapas de abundancia homogéneos y cercanos a las imágenes de abundancia reales, sin aumentar de manera sustancial el costo computacional. Con el objetivo de generar un ambiente controlado para el proceso de validación, el algoritmo EBEAE-TV se evalúa con datos sintéticos de imágenes microscópicas de tiempo de vida fluorescente (m-FLIM) con diversos tipos y niveles de ruido añadido.

## 2 Materiales y Métodos

### 2.1 EBEAE-TV

En este planteamiento asumimos la existencia de  $K$  mediciones de una variable física con un nivel mínimo de relación señal-a-ruido, expresadas como vectores reales  $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^L$   $L$ -dimensionales con  $k \in [1, K]$  enteros positivos. Además, para restringir el espacio de búsqueda y evitar problemas de escalamiento numérico, el conjunto de mediciones  $\mathcal{Z} = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K\}$  se normaliza para que todos sus elementos sumen uno, tal que  $\mathbf{y}_k = \frac{1}{\mathbf{1}_L^T \mathbf{z}_k} \mathbf{z}_k$ . Para el conjunto de mediciones escaladas  $\mathcal{Y} = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_K\}$ , cada elemento se puede representar por un modelo de mezcla lineal de orden  $N$ -ésimo ( $2 \leq N < L$ )

$$\mathbf{y}_k = \sum_{n=1}^N \alpha_{k,n} \mathbf{p}_n + \mathbf{v}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{L \times N}} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_{k,1} \\ \vdots \\ \alpha_{k,N} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\alpha}_k \in \mathbb{R}^N} + \mathbf{v}_k = \mathbf{P} \boldsymbol{\alpha}_k + \mathbf{v}_k \quad \forall k \in [1, K] \quad (1)$$

donde  $\mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^L$  es el  $n$ -ésimo perfil  $\forall n \in [1, N]$  ( $\mathbf{p}_n \geq 0$ ), mientras que  $\alpha_{k,n} \geq 0$  representa la abundancia de la  $k$ -ésima medición. Por su parte la variable  $\mathbf{v}_k$  representa ruido gaussiano, con media cero y matriz de covarianza finita, independiente e idénticamente distribuida por cada medición. Las mediciones escaladas, los perfiles, las abundancias ( $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1 \dots \boldsymbol{\alpha}_K] \in \mathbb{R}^{N \times K}$ ) y los vectores de ruido ( $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_K] \in \mathbb{R}^{L \times K}$ ) pueden ser representadas de manera vectorial, visualizando el modelo lineal por su representación matricial  $\mathbf{Y} = \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{V}$ , donde  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_K] \in \mathbb{R}^{L \times K}$  denota la matriz de mediciones escaladas.

El problema de síntesis parte del método presentado en [5], proponiendo una modificación del funcional de energía que considere la variación en la imagen a causa del ruido de diversas fuentes, este

problema se puede describir como

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{P}, \mathbf{W}} \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{y}_k - \mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}_k\|^2}{\|\mathbf{y}_k\|^2} + \frac{\rho}{2\vartheta} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{j=n+1}^N \|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_j\|^2 + \frac{\lambda}{2K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k - \boldsymbol{\alpha}_k\|^2 + \frac{\tau}{K} HTV(\mathbf{W}), \quad (2)$$

donde  $\rho$ ,  $\lambda$  y  $\tau$  son variables de regularización,  $\vartheta = 1$  para el caso de  $N = 2$  y  $\vartheta \triangleq 1 + \dots + (N - 1)$  para todo  $N \geq 3$ ,  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_K] \in \mathbb{R}^{N \times K}$  corresponde a la matriz de abundancias filtradas,  $HTV(\cdot)$  es un término de costo que considera una correlación espacial [13], definido por  $HTV(\mathbf{W}) = \|\mathbf{W}\mathbf{D}_h^\top\|_1 + \|\mathbf{W}\mathbf{D}_v^\top\|_1$ , con  $\mathbf{D}_h \in \mathbb{R}^{K \times K}$  y  $\mathbf{D}_v \in \mathbb{R}^{K \times K}$  como operadores de diferencias finitas 2-D hacia adelante de manera vectorial aplicados a las abundancias, con un ajuste a cero en las fronteras para mantener las dimensiones originales. De esta manera, (2) se puede separar en tres subproblemas: estimación de perfiles, estimación de abundancias y estimación de abundancias filtradas. Para obtener la solución de estos subproblemas se sigue un enfoque de optimización cuadrática restringida y una estrategia de mínimos cuadrados alternados, es decir que se mantienen las matrices de dos subproblemas fijas, mientras se optimiza la restante [5]. En esta propuesta la principal discrepancia con el método descrito en [5] es la adición de la estimación de abundancias filtradas, al igual que una modificación en la estimación de abundancias dada la alteración del funcional de energía mostrado en (2), mientras la estimación de perfiles se plantea de la misma manera que en EBEAE, describiendo las soluciones de los tres subproblemas a continuación.

### 2.1.1 Estimación de perfiles

En este subproblema asumimos que las matrices  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{W}$  se mantienen fijas a lo largo del proceso, reescribiendo (2) en función de la matriz de perfiles  $\mathbf{P}$

$$\min_{\mathbf{P} \geq 0, \mathbf{P}^\top \mathbf{1}_L = \mathbf{1}_N} \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{y}_k - \mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}_k\|^2}{\|\mathbf{y}_k\|^2} + \frac{\rho}{2\vartheta} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{j=n+1}^N \|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_j\|^2. \quad (3)$$

Para cumplir las restricciones del problema anterior se agrega un multiplicador de Lagrange  $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^L$  para considerar la restricción de igualdad

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{A}^\top + \frac{\rho}{\vartheta}\mathbf{O}) - \mathbf{Y}\mathbf{T}\mathbf{A}^\top + \mathbf{1}_L \boldsymbol{\chi}^\top = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\mathbf{P}^\top \mathbf{1}_L - \mathbf{1}_N = \mathbf{0} \quad (5)$$

con  $\mathbf{T} \triangleq \frac{1}{K} \text{diag}([\frac{1}{\|\mathbf{y}_1\|^2}, \dots, \frac{1}{\|\mathbf{y}_K\|^2}])$  y  $\mathbf{O} \triangleq \mathbf{N}\mathbf{I}_N - \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^\top$ . A partir de (4) y (5), se obtiene la solución para la matriz  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I}_L - \frac{1}{L} \mathbf{1}_L \mathbf{1}_L^\top) \mathbf{Y}\mathbf{T}\mathbf{A}^\top (\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{A}^\top + \frac{\rho}{\vartheta}\mathbf{O})^{-1} + \frac{1}{L} \mathbf{1}_L \mathbf{1}_N^\top. \quad (6)$$

En la ecuación (6), se puede apreciar que cuando el parámetro  $\rho \approx 1$  se inducen perfiles con características morfológicas similares, mientras que cuando  $\rho \approx 0$  los perfiles resultantes pueden llegar a ser muy diferentes.

### 2.1.2 Estimación de abundancias

El subproblema de estimación de abundancias parte de la suposición de que las matrices  $\mathbf{W}$  y  $\mathbf{P}$  son conocidas y se mantienen a lo largo del proceso, reescribiendo (2) y tomando  $\hat{y}_k = \|\mathbf{y}_k\|^2$

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}_k \geq 0, \boldsymbol{\alpha}_k^\top \mathbf{1}_N = 1} \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_k - \mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}_k\|^2 + \frac{\lambda \hat{y}_k}{2} \|\mathbf{w}_k - \boldsymbol{\alpha}_k\|^2. \quad (7)$$

De igual manera que en el caso del subproblema anterior, se agrega un multiplicador de Lagrange para asegurar las restricciones de (7), produciendo un sistema de ecuaciones con el que se obtiene la solución para el vector de abundancias  $\boldsymbol{\alpha}_k$

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \boldsymbol{\Theta}(\mathbf{P}^\top \mathbf{y}_k + \lambda \hat{y}_k \mathbf{w}_k - \frac{\mathbf{y}_k^\top \mathbf{P} \boldsymbol{\Theta} \mathbf{1}_N + \lambda \hat{y}_k \mathbf{w}_k \boldsymbol{\Theta} \mathbf{1}_N - 1.0}{\mathbf{1}_N^\top \boldsymbol{\Theta} \mathbf{1}_N} \mathbf{1}_N), \quad (8)$$

con  $\Theta = (\mathbf{P}^\top \mathbf{P} + \lambda \hat{y}_k \mathbf{I}_N)^{-1}$ .

### 2.1.3 Estimación de abundancias filtradas

Finalmente el subproblema de abundancias filtradas asume que se tienen fijas las matrices  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{P}$  durante el proceso de estimación, reescribiendo (2) de manera vectorial

$$\min_{\hat{\mathbf{W}}} \frac{\lambda}{2} \|\hat{\mathbf{W}} - \hat{\mathbf{A}}\|^2 + \frac{\tau}{K} \|\nabla_h \hat{\mathbf{W}}\|_1 + \frac{\tau}{K} \|\nabla_v \hat{\mathbf{W}}\|_1, \quad (9)$$

donde  $\hat{\mathbf{W}} \triangleq \text{vec}(\mathbf{W})$ ,  $\hat{\mathbf{A}} \triangleq \text{vec}(\mathbf{A})$  con  $M \triangleq N \cdot K$  y  $\text{vec}(\cdot)$  representa el operador de vectorización por columnas de una matriz. Por su parte, los operadores de derivadas finitas son definidas por  $\nabla_v = \mathbf{D}_v \otimes \mathbf{I}$  y  $\nabla_h = \mathbf{D}_h \otimes \mathbf{I}$ ,  $\nabla_v \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ,  $\nabla_h \in \mathbb{R}^{M \times M}$ , donde  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  es la matriz identidad y  $\otimes$  representa el producto de Kronecker. Éste último resultado se obtiene de la siguiente propiedad  $\text{vec}(\mathbf{CDE}) = (\mathbf{E}^\top \otimes \mathbf{C})\text{vec}(\mathbf{D})$ , donde  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ , y  $\mathbf{E}$  son matrices de dimensiones compatibles. Ahora, debido a que la ecuación resultante corresponde a un problema de optimización no diferenciable de alta dimensión,  $\hat{\mathbf{W}}$  no es separable y (9) se establece de forma restringida, tal que  $\mathbf{R} = \nabla_h \hat{\mathbf{W}}$  y  $\mathbf{Q} = \nabla_v \hat{\mathbf{W}}$ . Para incorporar las restricciones del problema, se introduce una expresión que vincula la norma  $L_1$  y la norma  $L_2$ , por medio de una función de penalización cuadrática con una variable de regularización  $\frac{\nu}{2K}$ , teniendo igual peso para los componentes horizontales y verticales aportando la misma contribución [13].

Finalmente, la expresión planteada se puede dividir en varios subproblemas, utilizando la división Bregman (*split Bregman*) [14]. En este método se agregan las variables  $\mathbf{B}_1 \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  y  $\mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ , reescribiendo (9) como

$$\min_{\hat{\mathbf{W}}, \mathbf{R}, \mathbf{Q}} \frac{\lambda}{2} \|\hat{\mathbf{W}} - \hat{\mathbf{A}}\|^2 + \tau \|\mathbf{R}\|_1 + \tau \|\mathbf{Q}\|_1 + \frac{\nu}{2} \|\mathbf{R} - \nabla_h \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_1\|^2 + \frac{\nu}{2} \|\mathbf{Q} - \nabla_v \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_2\|^2, \quad (10)$$

a partir de este planteamiento, se pueden derivar tres subproblemas

- P1:  $\min_{\mathbf{R}} \|\mathbf{R}\|_1 + \frac{\nu}{2\tau} \|\mathbf{R} - \nabla_h \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_1\|^2$ ,
- P2:  $\min_{\mathbf{Q}} \|\mathbf{Q}\|_1 + \frac{\nu}{2\tau} \|\mathbf{Q} - \nabla_v \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_2\|^2$ ,
- P3:  $\min_{\hat{\mathbf{W}}} \lambda \|\hat{\mathbf{W}} - \hat{\mathbf{A}}\|^2 + \nu \|\mathbf{R} - \nabla_h \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_1\|^2 + \nu \|\mathbf{Q} - \nabla_v \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{B}_2\|^2$ ,

donde en el caso de los subproblemas P1 y P2 pueden ser resueltos mediante una operación de umbral suave  $\text{SoftTh}(\mathbf{U}, c) = \text{signo}(\mathbf{U}) \times \max(0, |\mathbf{U}| - c/2)$ . Por otro lado el subproblema P3 es un problema de mínimos cuadrados, del que se obtiene el sistema lineal

$$(\lambda \mathbf{I} - \nu \nabla) \hat{\mathbf{W}} = \lambda \hat{\mathbf{A}} + \nu \nabla_h^\top (\mathbf{R} - \mathbf{B}_1) + \nu \nabla_v^\top (\mathbf{Q} - \mathbf{B}_2), \quad (11)$$

con  $\nabla \triangleq \nabla_h^\top \nabla_h + \nabla_v^\top \nabla_v$ . Este problema es resuelto mediante un método iterativo de mínimos cuadrados, donde la actualización de las variables de Bregman se realiza mediante  $\mathbf{B}_1^{k+1} = \mathbf{B}_1^k + \nabla_h \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{R}$  y  $\mathbf{B}_2^{k+1} = \mathbf{B}_2^k + \nabla_v \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{Q}$  con  $k$  como el índice del esquema iterativo.

Una vez obtenidas las abundancias filtradas  $\hat{\mathbf{W}}$ , al resolver (10) se recupera la matriz  $\mathbf{W}$ . A esta matriz se le aplica un proceso de rectificación líneal, para garantizar positividad en cada elemento y se normaliza cada columna para sumar uno.

## 2.2 Base de datos

Para verificar el funcionamiento del algoritmo propuesto se generaron datos sintéticos m-FLIM. Cabe mencionar que esta es una validación inicial, la cual no pudo ser extendida a muestras experimentales por cuestiones de espacio. Las imágenes sintéticas m-FLIM se generaron con tres bandas espectrales y cuatro perfiles ( $N = 4$ ), con una dimensión espacial  $100 \times 100$  y 186 muestras temporales para cada banda espectral. Además, el decaimiento de la florescencia por banda espectral se concateno, de manera que  $L = 3 \times 186$  [5].

Además, a las imágenes sintéticas se les agregó dos tipos de ruido comúnmente presentes en este tipo de imágenes: ruido Gaussiano y ruido Poissoniano. En este sentido para producir una medición con ambos tipos de ruido  $\mathbf{y}_k$ , a partir de una medición real limpia de ruido  $\mathbf{y}_k^0$ , se aplica la siguiente operación

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k^0 + \mathbf{n}_k + \mathbf{m}_k \cdot \sqrt{\mathbf{y}_k^0} \quad \forall k \in [1, K], \quad (12)$$

donde  $\mathbf{n}_k \in \mathbb{R}^L$  y  $\mathbf{m}_k \in \mathbb{R}^L$  son vectores asociados a los componentes de ruido. En nuestro planteamiento, se asume entonces que el vector de ruido Gaussiano  $\mathbf{n}_k$  tiene media cero y desviación estándar  $\sigma_k^{SNR}$ . Por otro lado, el componente  $\mathbf{m}_k$  relacionado con el ruido de Poisson también está definido por una distribución Gaussiana de media cero y desviación estándar  $\sigma_k^{PSNR}$  [5]. En estas definiciones  $\sigma_k^{SNR}$  y  $\sigma_k^{PSNR}$  están definidas por la relación señal a ruido (SNR) y la relación señal a ruido pico (PSNR) deseadas

$$\sigma_k^{SNR} = \sqrt{\frac{\|\mathbf{y}_k^0\|^2}{10^{\frac{SNR}{10}}}}, \quad \sigma_k^{PSNR} = \sqrt{\frac{\max_{l \in [1, L]} (\mathbf{y}_k^0)_l^2}{10^{\frac{PSNR}{10}}}}. \quad (13)$$

### 3 Resultados

En esta sección, demostramos la aplicación de EBEAE-TV a las imágenes sintéticas m-FLIM con la presencia de ruido añadido. Como método de comparación utilizamos el algoritmo de EBEAE descrito en [5]. Además, para cuantificar la precisión en las estimaciones, se definieron los conjuntos de perfiles y abundancias estimadas como  $\mathcal{A}$  y  $\mathcal{P}$ , respectivamente, y sus contrapartes en datos sintéticos  $\bar{\mathcal{A}}$  y  $\bar{\mathcal{P}}$ , y enseguida se calculó el error mediante

$$E_p = \frac{1}{\text{card}(\bar{\mathcal{P}}) + \text{card}(\mathcal{P})} \min_{\forall \bar{\mathbf{p}} \in \bar{\mathcal{P}}, \mathbf{p} \in \mathcal{P}} \|\bar{\mathbf{p}} - \mathbf{p}\|, \quad E_a = \frac{1}{\text{card}(\bar{\mathcal{A}}) + \text{card}(\mathcal{A})} \min_{\forall \bar{\alpha} \in \bar{\mathcal{A}}, \alpha \in \mathcal{A}} \|\bar{\alpha} - \alpha\|. \quad (14)$$

Los hiperparámetros para la estimación de EBEAE se establecieron en  $\rho=1$  y  $\mu=0.01$ , para el parámetro de similitud y el nivel de entropía propios del algoritmo. Por su parte, en el método EBEAE-TV las variables de regularización se fijaron en  $\rho=1$ ,  $\lambda=0.0001$ ,  $\nu=0.1$  y  $\tau=0.001$ .

Las pruebas se realizaron modificando los niveles de ruido añadido, para el caso de SNR se varió de 50 dB a 40 dB en intervalos de 5 dB, mientras que en el caso del ruido PSNR se alternó en el rango de 30 dB a 10 dB en intervalos de 10 dB, repitiendo cada configuración 50 veces para obtener una muestra significativa de información. Escogiendo estos niveles de ruido dado que estas condiciones son sumamente desafiantes para la mayoría de métodos de DLC [5]. La implementación de los algoritmos, al igual que los experimentos propuestos se realizaron en el software *MATLAB 2018a*, en una computadora con procesador *Intel Core i7-4710HQ* a 2.5 GHz con 8 GB de memoria RAM.

En la Tabla 1 se presentan las medias y desviaciones estándar de los errores de estimación en las imágenes m-FLIM, observando que el método propuesto reduce el error de estimación en abundancias de un 11.5% hasta aproximadamente un 31.1% en comparación con los resultados de EBEAE, teniendo una variación un poco menor a este último. En cuanto a la estimación de perfiles, estos son muy semejantes en ambos casos con poca variabilidad, siendo ligeramente mejores los producidos por el método propuesto. En cuestión del tiempo de procesamiento, la propuesta tarda aproximadamente 90% más de tiempo que el requerido por el algoritmo de EBEAE, siendo este factor el que presenta una mayor variación, observando que en ambos casos el tiempo de procesamiento es mayor conforme el nivel de ruido disminuye.

Las abundancias sintéticas, al igual que los resultados de las abundancias estimadas por ambos métodos se aprecian en la Fig. 1, esto para una realización de la imagen sintética m-FLIM con la mayor cantidad de ruido añadido (SNR=40 dB y PSNR=10 dB). Observando de manera cualitativa que ambos algoritmos producen resultados semejantes a los datos simulados, no obstante, en el caso de las abundancias generadas con EBEAE se percibe la granularidad causada por la presencia de ruido en las mediciones. Mientras que, los mapas de abundancia de EBEAE-TV muestran una gran similitud a los datos sintéticos, incluso en regiones donde existen transiciones y poca concentración de cada perfil, eliminando casi en su totalidad los efectos del ruido incidente.

Tabla 1: Resultados de error de estimación promedio y desviación estándar de perfiles y abundancias de EBEAE y EBEAE-TV en imágenes sintéticas de m-FLIM bajo diversos niveles de ruido añadido.

| Nivel de ruido |      | EBEAE         |                                |               | EBEAE-TV      |                                |                |
|----------------|------|---------------|--------------------------------|---------------|---------------|--------------------------------|----------------|
| SNR            | PSNR | $E_a$         | $E_p$                          | Tiempo (s)    | $E_a$         | $E_p$                          | Tiempo (s)     |
| 40             | 10   | 0.72238±0.013 | 0.15021±3.114×10 <sup>-5</sup> | 2.51174±0.118 | 0.51496±0.029 | 0.15020±2.752×10 <sup>-5</sup> | 4.91921±0.282  |
|                | 20   | 0.48543±0.026 | 0.15034±1.680×10 <sup>-5</sup> | 3.26270±0.199 | 0.41754±0.035 | 0.15033±1.872×10 <sup>-5</sup> | 6.33341±0.494  |
|                | 30   | 0.45109±0.028 | 0.15035±1.686×10 <sup>-5</sup> | 3.52028±0.249 | 0.39907±0.031 | 0.15035±1.389×10 <sup>-5</sup> | 6.88093±0.451  |
| 45             | 10   | 0.70254±0.012 | 0.15022±2.041×10 <sup>-5</sup> | 2.65353±0.113 | 0.48387±0.021 | 0.15021±2.767×10 <sup>-5</sup> | 5.28580±0.252  |
|                | 20   | 0.45311±0.014 | 0.15034±1.372×10 <sup>-5</sup> | 3.65447±0.254 | 0.38042±0.021 | 0.15034±1.459×10 <sup>-5</sup> | 7.17186±0.522  |
|                | 30   | 0.40580±0.003 | 0.15033±1.309×10 <sup>-5</sup> | 4.25872±0.200 | 0.32916±0.005 | 0.15033±1.460×10 <sup>-5</sup> | 8.43249±0.483  |
| 50             | 10   | 0.69789±0.013 | 0.15021±2.002×10 <sup>-5</sup> | 2.66212±0.081 | 0.48357±0.020 | 0.15020±2.164×10 <sup>-5</sup> | 5.35505±0.207  |
|                | 20   | 0.43171±0.005 | 0.15034±1.327×10 <sup>-5</sup> | 4.71486±0.756 | 0.35256±0.012 | 0.15033±1.386×10 <sup>-5</sup> | 9.35069±1.615  |
|                | 30   | 0.43543±0.022 | 0.15032±1.179×10 <sup>-5</sup> | 6.61759±1.067 | 0.35061±0.020 | 0.15032±1.284×10 <sup>-5</sup> | 13.65533±2.452 |

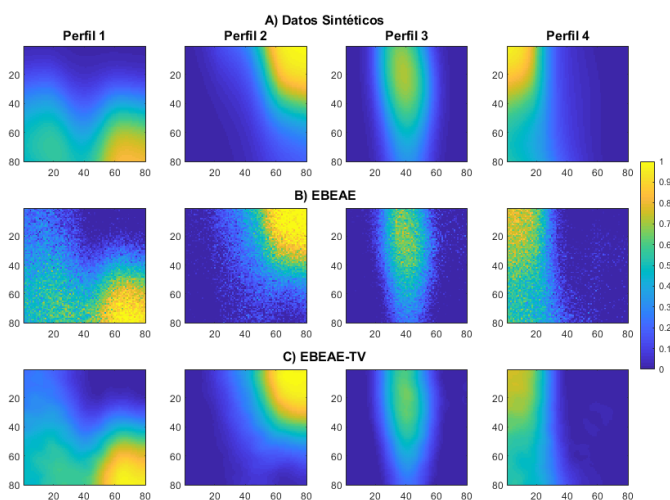


Fig. 1. Mapas de abundancia estimados de una realización de la imagen m-FLIM con ruido añadido (SNR=40 dB y PSNR= 10 dB): A) Datos sintéticos, B) EBEAE, C) EBEAE-TV.

En la Fig. 2A se presentan los perfiles sintéticos, al igual que los resultados de la estimación de los perfiles característicos para ambos métodos analizados, observando la similitud de los perfiles producidos entre sí y con respecto a los datos sintéticos. Por su parte, en la Fig. 2B se presenta en primera instancia una comparativa de las mediciones con ruido añadido con respecto a los datos sintéticos en un píxel, apreciando la cantidad de ruido que se agregó a cada píxel en la imagen hiperespectral. Posteriormente se muestran las mediciones producidas por las estimaciones de EBEAE y EBEAE-TV con respecto a los datos sintéticos para el mismo píxel, coincidiendo en la mayoría de ambas gráficas con los datos simulados, demostrando la robustez de ambos algoritmos al momento de estimar los perfiles característicos ante el ruido incidente de diversas fuentes.

Para comprobar estas observaciones, se realizó una serie de pruebas t-student a los errores de perfiles y abundancias producidos, donde se comprobó que existen diferencias estadísticamente significativas en los errores de abundancia ( $p < 0.05$ ), con lo que se verifica la obtención de mejores estimaciones de abundancias con el método EBEAE-TV. Por su parte, los resultados de las pruebas en los errores de perfiles no presentan diferencias significativas ( $p > 0.05$ ), situación que se esperaba dado que ambos métodos realizan el mismo proceso de estimación. No obstante, el método propuesto permite una estimación de abundancias más precisa sin comprometer la estimación de perfiles que ha caracterizado al algoritmo de EBEAE frente a otras propuestas en el estado del arte [5].

Los resultados observados comprueban el desempeño del algoritmo EBEAE-TV en la estimación de

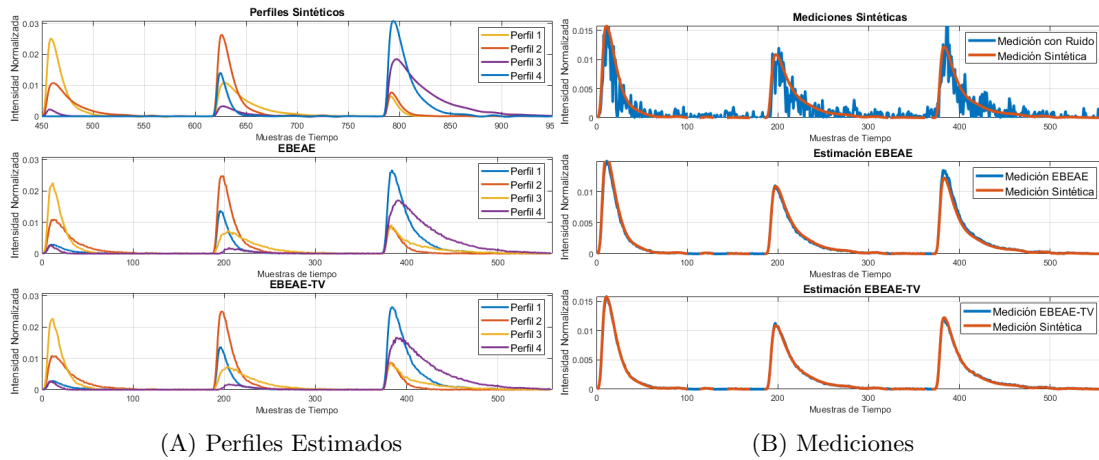


Fig. 2. Comparativa entre los datos sintéticos y las estimaciones producidas en una realización de la imagen m-FLIM con ruido añadido (SNR=40 dB y PSNR= 10 dB): A) Perfiles sintéticos en comparativa con los perfiles estimados de EBEAE y EBEAE-TV, B) Mediciones estimadas en un píxel en contraste con las observaciones sintéticas.

perfiles y abundancias en el caso sintético analizado. Abriendo la posibilidad de mejorar los resultados obtenidos por EBEAE en aplicaciones médicas, al analizar: imágenes m-FLIM, imágenes de tomografía de coherencia óptica, imágenes hiperespectrales, entre otras posibles áreas de oportunidad, permitiendo identificar de manera más certera regiones con características similares.

## 4 Conclusiones

En este trabajo se presentó una nueva versión del algoritmo de EBEAE, la cual considera las técnicas de variación total para la estimación ciega de perfiles y abundancias en datos sintéticos hiperespectrales. Las pruebas realizadas demostraron que el método EBEAE-TV mejora las estimaciones de los mapas de abundancia, eliminando en gran medida la granularidad causada por el ruido presente en las mediciones y compensa el efecto de la estimación en ubicaciones discretas, además de reducir levemente el error en el cálculo de los perfiles. Asimismo, las estimaciones de abundancia homogéneas evitan la utilización de filtros para suavizar los resultados, sin comprometer en gran medida el costo computacional.

Como trabajo a futuro se contempla una validación con muestras m-FLIM experimentales, así como de imágenes hiperespectrales para la clasificación de tejido. Además se considerará la optimización en la implementación de EBEAE-TV para reducir el tiempo de cómputo. Finalmente se pretende comparar el desempeño de EBEAE-TV con otras técnicas similares del estado del arte, que consideren coherencia espacial en su formulación.

## Declaración de conflictos de interés

Los autores declaran no tener ningún conflicto de interés para este trabajo.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento del CONACYT a través del proyecto de Ciencia Básica No. 254637. El autor Inés A. Cruz-Guerrero agradece el apoyo económico del CONACYT a través de una



beca de doctorado (# 865747).

## Referencias

- [1] Y. Shao, J. Lan, Y. Zhang, and J. Zou, "Spectral unmixing of hyperspectral remote sensing imagery via preserving the intrinsic structure invariant," *Sensors*, vol. 18, no. 10, 2018.
- [2] D. D. Lee and H. S. Seung, "Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization," *Nature*, vol. 401, no. 6755, p. 788, 1999.
- [3] M. Berman, H. Kiiveri, R. Lagerstrom, A. Ernst, R. Dunne, and J. F. Huntington, "ICE: A statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 42, no. 10, pp. 2085–2095, 2004.
- [4] R. Tauler and A. de Juan, "Multivariate curve resolution for quantitative analysis," in *Data Handling in Science and Technology*, vol. 29, pp. 247–292, Elsevier, 2015.
- [5] D. U. Campos-Delgado, O. Gutierrez-Navarro, J. J. Rico-Jimenez, E. Duran-Sierra, H. Fabelo, S. Ortega, G. Callico, and J. A. Jo, "Extended Blind End-Member and Abundance Extraction for Biomedical Imaging Applications," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 178539–178552, 2019.
- [6] O. Gutierrez-Navarro, D. U. Campos-Delgado, E. Arce-Santana, M. O. Mendez, and J. A. Jo, "Blind End-Member and Abundance Extraction for Multispectral Fluorescence Lifetime Imaging Microscopy Data," *IEEE J. Biomed. Health Inform.*, vol. 18, no. 2, pp. 606–617, 2014.
- [7] J. J. Rico-Jimenez, D. U. Campos-Delgado, M. Villiger, K. Otsuka, B. E. Bouma, and J. A. Jo, "Automatic classification of atherosclerotic plaques imaged with intravascular OCT," *Biomed. Opt. Express*, vol. 7, no. 10, pp. 4069–4085, 2016.
- [8] J. M. P. Nascimento and J. M. Bioucas-Dias, "Nonlinear mixture model for hyperspectral unmixing," in *Image and Signal Processing for Remote Sensing XV*, vol. 7477, p. 74770I, International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [9] W. He, H. Zhang, and L. Zhang, "Hyperspectral unmixing using total variation regularized re-weighted sparse non-negative matrix factorization," *IEEE IGARSS*, vol. 2016-Novem, pp. 7034–7037, 2016.
- [10] J. M. Bioucas-Dias and J. M. Nascimento, "Hyperspectral subspace identification," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 46, no. 8, pp. 2435–2445, 2008.
- [11] Y. Q. Zhao and J. Yang, "Hyperspectral image denoising via sparse representation and low-rank constraint," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 53, no. 1, pp. 296–308, 2015.
- [12] J. Yao, D. Meng, Q. Zhao, W. Cao, and Z. Xu, "Nonconvex-sparsity and nonlocal-smoothness-based blind hyperspectral unmixing," *IEEE Trans. on Image Process.*, vol. 28, no. 6, pp. 2991–3006, 2019.
- [13] H. K. Aggarwal and A. Majumdar, "Hyperspectral Image Denoising Using Spatio-Spectral Total Variation," *IEEE Geosci. Remote S.*, vol. 13, no. 3, pp. 442–446, 2016.
- [14] X. Liu and L. Huang, "Split Bregman iteration algorithm for total bounded variation regularization based image deblurring," *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 372, no. 2, pp. 486–495, 2010.