

Diseño y Modelado de un Robot Paralelo Tipo Stewart para Diagnostico y Rehabilitación de Tobillo

Ana. I. Aureles-Cabrera^{1,*}, Hipólito Aguilar-Sierra¹

¹ Investigación y Posgrado, Universidad Politécnica de Tulancingo, Tulancingo, Hidalgo, México
{*1631005, hipolito.aguilar}@upt.edu.mx

Resumen— En este trabajo se presenta el proceso de diseño mecánico y desarrollo del modelado matemático para un robot paralelo del tipo Stewart instrumentado con actuadores del tipo rotacionales. El dispositivo se plantea para ser utilizado como una herramienta de diagnóstico y rehabilitación pasiva y activa de la articulación de tobillo por parte del fisioterapeuta. Además, se presentan los resultados de simulación numérica de la cinemática y dinámica directa e inversa del robot utilizando un control PD implementado en Matlab, considerando como referencia de posicionamiento algunos movimientos que se deben realizar durante un ejercicio típico de rehabilitación de tobillo.

Palabras clave— Modelado, Rehabilitación Tobillo, Simulación, Stewart.

I. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con los resultados de la Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica (ENADID), en 2014 en nuestro país habían 7.1 millones de habitantes que padecen algún tipo de discapacidad, siendo la limitación de la movilidad la de mayor frecuencia entre este sector de la población con 64.1%. Es importante señalar que el estado de Hidalgo se encuentra entre las primeras siete entidades con mayor número de personas con discapacidad motriz mayores de 30 años [1].

La articulación del tobillo es una de las estructuras de mayor soporte de peso del cuerpo humano, está se compone de la unión de dos articulaciones: la primera es la que está formada por la tibia, peroné y el astrágalo en el pie, y la segunda la conforman el astrágalo del pie con el hueso calcáneo y el escafoides. En la Fig. 1 se muestra la articulación del tobillo y su equivalente mecánico, es decir, una articulación del tipo elipsoidal. Como resultado de su función y estructura, el tobillo es la articulación más comúnmente lesionada [2]. Los problemas más comunes del tobillo son las torceduras y las fracturas. Una torcedura o esguince es una lesión en los ligamentos. Los esguinces pueden tardar algunas semanas o hasta varios meses en sanar completamente. La gravedad de un esguince de tobillo depende de qué tanto se estiraron o desgarraron los ligamentos. Por otro lado, una fractura es una ruptura de un hueso. Las fracturas de tobillo son el tipo más frecuente de fractura tratado por los cirujanos ortopédicos. Se producen por movimientos forzados del pie en aducción, abducción,

pronación, supinación, combinados, torsión, choque vertical, etc. Una adecuada terapia de rehabilitación [3] empieza con ejercicios sin resistencia (rehabilitación pasiva), progresando a ejercicios de resistencia y luego a actividades contra resistencia (rehabilitación activa). Por esta razón, surge la necesidad de plantear el desarrollo de un prototipo de robot paralelo basado en la plataforma Stewart con actuadores rotacionales, que facilite la tarea de rehabilitación de pacientes con lesiones motoras en las extremidades inferiores y más en específico de la articulación de tobillo.

Dentro de la literatura nos encontramos con diferentes dispositivos para asistir en la tarea de rehabilitación de articulación de tobillo, en [4] se describe un mecanismo con un grado de libertad (GDL) para tobillo instrumentado con actuadores seriales elásticos (SEA) para rehabilitación pasiva y activa de flexión/extensión a través de un control por impedancia, en [5] una órtesis flexible y ligera de 2 GDL donde utiliza músculos neumáticos para asistir a la dorsi/plantar flexión, así como para inversión/eversión y por último está el dispositivo robótico con interface tipo videojuego para mejorar el proceso de rehabilitación presentado en [6].

Por otra parte, los manipuladores cinemáticos paralelos tienen mejor rendimiento que los manipuladores en serie, en términos de un alto grado de precisión, altas velocidades o aceleraciones y alta rigidez. Por lo tanto, parecen perfectamente adecuados para la tarea de rehabilitación, por ejemplo, para ejercicios de rehabilitación activa y pasiva de dorsi/plantar flexión, encontramos un robot paralelo tipo delta que también puede ser utilizado para el diagnóstico de lesiones de tobillo [7], en [8] se presenta una modificación al robot paralelo tipo Stewart de 2 GDL, pero haciendo uso de solo 3 actuadores lineales en vez de los 6 que utilizan la mayoría de este tipo de robot. Por último, en [9] y [10] se presentan estructuras basadas en robots paralelos; la primera con músculos neumáticos y la segunda con actuadores lineales ambas con un grado de libertad.

II. METODOLOGÍA

El objetivo del presente trabajo es el diseño de un prototipo de un robot paralelo basado en la plataforma Stewart, así como el análisis cinemático y dinámico del mismo. La cinemática inversa permite encontrar los valores

de las coordenadas articulares del robot en base a la posición y orientación la plataforma móvil en coordenadas cartesianas mientras que la dinámica inversa permite calcular el par necesario que deben proporcionar los actuadores para alcanzar la posición deseada.

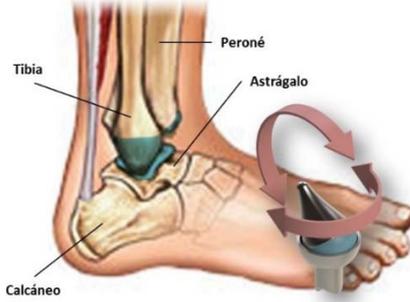


Fig. 1 Articulación de tobillo y su equivalente mecánico

A. Diseño mecánico.

Utilizando como referencia el alcance de movimiento de la articulación de tobillo y las dimensiones antropométricas del tamaño del pie de una persona entre 18 y 30 años, se realizó el diseño de un robot paralelo tipo Stewart con 6 actuadores rotacionales. La propuesta consta de 3 elementos principales como se muestra en la Fig. 2. El primero de estos es la base fija, donde se montan los motores y que a su vez sirve como estructura principal de soporte del robot, la segunda de estas es la base móvil la cual se conecta a la base fija a través de 6 parejas de eslabones con el propósito de mejorar la rigidez del robot y por ultimo esta la plantilla donde el usuario apoyara su pie y que se atara a esta como si se tratara de un zapato grande. Los movimientos que se buscan realizar con el robot son la dorsi/plantar flexión, eversion-inversión y abducción-adiucción.

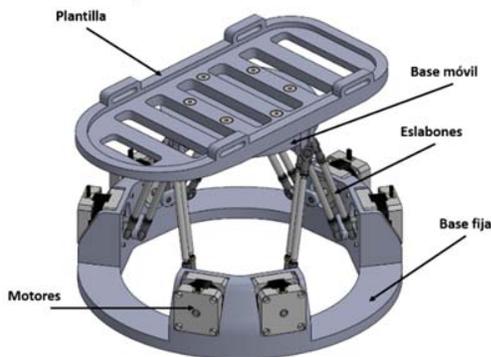


Fig. 2 Robot paralelo para rehabilitación de tobillo

B. Análisis cinemático.

La plataforma Stewart está compuesta por seis cadenas cinemáticas cerradas paralelas. El análisis cinemático resuelve el problema de la cinemática inversa y cinemática directa.

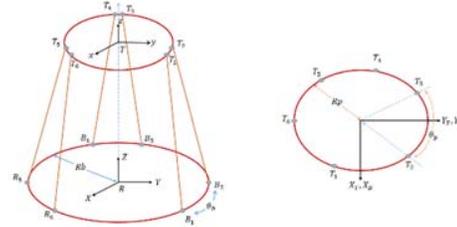


Fig. 3 Geometría de la plataforma Stewart (SP).

De la Fig. 3 se obtienen los parámetros que se requieren para encontrar la longitud de cada actuador, se formulan las ecuaciones para un actuador lineal para posteriormente hacer una conversión trigonométrica para obtener el ángulo necesario para cada actuador rotacional. Para la obtención de la longitud tomamos en cuenta los ángulos de Euler para formar la matriz de rotación (r_{3x3}) así como las variables B_i y GT_i los cuales representan los puntos de conexión entre la base y la plataforma móvil, incluyendo el vector de posición inicial ($[P_x \ P_y \ P_z]$) de esta manera se aplica la norma euclidiana para obtener la ecuación "(1)"

$$L_i^2 = (P_x - B_{xi} + GT_{xi}r_{11} + GT_{yi}r_{12})^2 + (P_y - B_{yi} + GT_{xi}r_{21} + GT_{yi}r_{22})^2 + (P_z + GT_{xi}r_{31} + GT_{yi}r_{32})^2 \quad (1)$$

Aplicando el método geométrico en le Fig. 4. Se obtiene el ángulo con identidades trigonométricas, para ello obtenemos las longitudes de las variables siguientes: $a = [x_a \ y_a \ z_a]$, $b = [x_b \ y_b \ z_b]$ y $P_i = [x_p \ y_p \ z_p]$. Posteriormente se realiza una simplificación y cambio de variable para reducir la ecuación final y despejar el ángulo α de la ecuación "(2)" donde $L = l^2 - (s^2 - a^2)$, $M = 2a(z_p - z_b)$, $N = 2a[\cos \beta(x_p - x_b) + \sin \beta(y_p - y_b)]$.

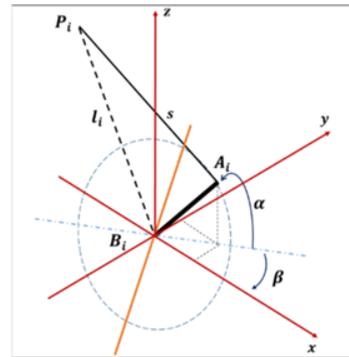


Fig. 4 Eje del motor en el plano x-y-z.

$$\Delta_i = \arcsin\left(\frac{L}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right) - \arctan\left(\frac{N}{M}\right) \quad (2)$$

Dicha plataforma no presenta soluciones únicas ya que consta de una ecuación no lineal de 6 variables. Se programó

el método de Newton-Raphson para la solución de la ecuación “(3)” con condiciones iniciales de 0.3 en cada parámetro.

$$f(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = x^2 + y^2 + z^2 + r_b^2 + r_a^2 + 2(a_{xi}r_{11} + a_{yi}r_{12})(x - b_{xi}) + 2(a_{xi}r_{21} + a_{yi}r_{22})(y - b_{yi}) + 2(a_{xi}r_{31} + a_{yi}r_{32})z - 2(xb_{xi} + yb_{yi}) - L_i^2 = 0 \quad (3)$$

B. Análisis dinámico.

El análisis dinámico del manipulador de la plataforma Stewart se lleva a cabo por la formulación de Lagrange ya que proporciona una estructura analítica y ordenan para su análisis.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = J^T(q)\tau \quad (4)$$

La ecuación (4) es la ecuación dinámica para robots manipuladores; para robots paralelos se iguala a $J^T(q)\tau$. Esto se debe al tipo de actuadores de la plataforma, al ser rotacionales exigen generar fuerza a partir del torque generado por estos. De igual forma dicha ecuación se conforma de la matriz $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, que a su vez es la matriz de inercias y sus elementos están dados como sigue: $m_{1,1} = m_{2,2} = m_{3,3} = m$, $m_{4,4} = M_{4,4}$, $m_{4,5} = M_{4,5}$, $m_{5,4} = M_{5,4}$, $m_{5,5} = M_{5,5}$, $m_{5,6} = M_{5,6}$, $m_{6,5} = M_{6,5}$, $m_{6,6} = I_z$ y cero en cualquier otro caso. $C \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz de Coriolis, con $c_{4,4} = C_{4,4}$, $c_{4,5} = C_{4,5}$, $c_{4,6} = C_{4,6}$, $c_{5,4} = C_{5,4}$, $c_{5,5} = C_{5,5}$, $c_{5,6} = C_{5,6}$, $c_{6,4} = C_{6,4}$, $c_{6,5} = C_{6,5}$ y cero en cualquier otro caso y finalmente $g \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ es el vector de pares gravitacionales, con $g_{3,1} = mG$ y cero en cualquier otro caso.

C. Generación de Trayectorias.

La trayectoria deseada para los movimientos de rehabilitación necesita de una transición suave entre distintos valores (ejercicio repetitivo) y que además pueda mantenerse en una posición dada (ejercicios de resistencia), dichas trayectorias se pueden generar por medio del polinomio de Bézier, función sigmoideal o polinomios de quinto orden, las cuales tienen las siguientes deficiencias:

- i) Se necesitan muchos valores iniciales y finales para encontrar los coeficientes polinomiales.
- ii) Los valores de aceleración, especialmente al inicio, requieren niveles altos
- iii) Los coeficientes deben recalcularse cada vez que cambien las condiciones.

La función de transición de Kane se usa para resolver estas deficiencias a través de la siguiente ecuación [11].

$$y(t) = y_0 + (y_f - y_0) \frac{t-t_0}{t_f-t_0} - \frac{y_f-y_0}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{t-t_0}{t_f-t_0}\right) \quad (5)$$

Donde $y(t)$ es la posición final de la función, y_0 es la posición inicial, y_f es la posición final, t es el tiempo de simulación, t_0 es el tiempo inicial y t_f es el tiempo final.

D. Control PD

Se implementó un controlador del tipo Proporcional – Derivativo, cuya estructura general es la siguiente:

$$u(t) = K_p e(t) + K_v \dot{e}(t) \quad (6)$$

donde K_p y K_v son las ganancias proporcional y derivativa respectivamente y $e(t) = q_d(t) - q(t)$ representa en error de seguimiento de trayectoria.

III. RESULTADOS

A. Cinemática

Para cada prueba se requieren parámetros iniciales, para la cinemática inversa es la orientación y posición deseada. La plantarflexión consta de un rango de 25° a 35° en el eje x , de esta manera se realizaron diversas pruebas para comprobar el análisis empleado.

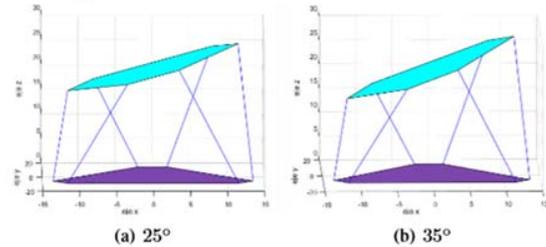


Fig. 5 a) inclinación de 25° b) inclinación de 35°

Se programó la trayectoria de un círculo para la solución del método donde el vector x está dado por:

$$x = \left[0.3 \cos(\pi t) \quad 0.3 \sin(\pi t) \quad 0.55 + 0.22 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (7)$$

B. Dinámica

Las ecuaciones (4) y (5) se programaron en la misma interfaz de Simulink, dando parámetros de inicio para la función Kane los siguientes:

$$x = 0; y = 0; z = -100mm; \alpha = 30^\circ; \beta = 20^\circ; \gamma = 10^\circ$$

En la Fig. 6 se muestra el comportamiento de la posición, velocidad y aceleración del sistema dado que las escalas en los vectores 4, 5 y 6 eran diferentes se multiplico por un factor de 10 con el fin de una mejor comparación. Por otra parte, en la Fig. 7. Se presentan los torques necesarios en cada actuador para que el robot siga la trayectoria deseada, resaltando que durante el seguimiento solo dos actuadores deben cambiar rápidamente el par aplicado mientras que los demás lo hacen lentamente.

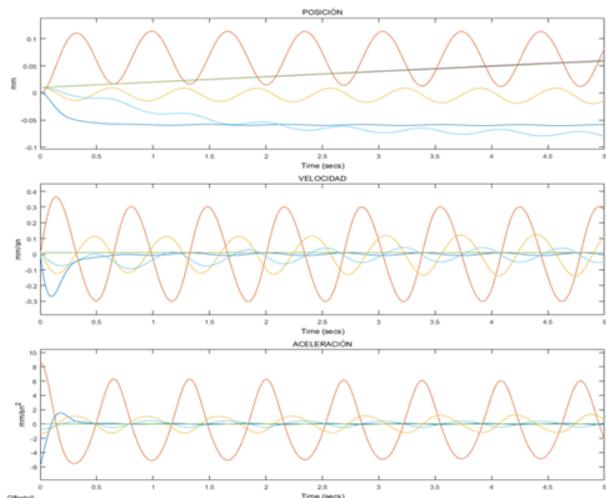


Fig. 6 Comportamiento dinámico de cada actuador

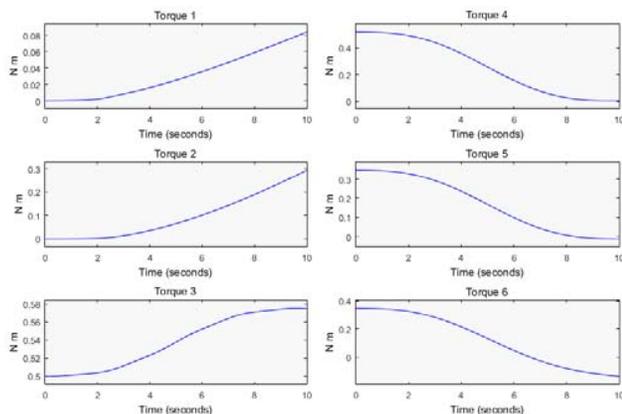


Fig. 7 Torque generado en cada actuador [N m].

IV. DISCUSIÓN

Se consideró durante el modelado de la dinámica y cinemática del robot el uso de actuadores rotacionales en vez de actuadores lineales, esto con el fin de que las simulaciones numéricas reflejen lo más parecido posible a la realidad el seguimiento de trayectorias con esta clase de robot y como se puede observar en las Fig. 6 y 7, dependiendo del tipo de movimiento a realizar, siempre dos parejas de actuadores tendrán mayor participación que el resto, permitiendo corroborar que es factible realizar los distintos movimientos de la articulación de tobillo utilizando el robot paralelo.

V. CONCLUSIÓN Y TRABAJO FUTURO

Se presentó el diseño y modelado de cinemática y dinámica de un robot paralelo tipo Stewart con actuadores rotacionales, para corroborar la factibilidad de aplicar rehabilitación física a la articulación de tobillo. Este tipo de robot puede generar movimientos de dorsi/plantar flexión, eversión-inversión y abducción-aducción con un solo

dispositivo a diferencia de otras alternativas reportadas en la literatura. Como trabajo futuro se continuará trabajando en el diseño del robot para optimizar la estructura mecánica y se procederá a la construcción del prototipo para realizar pruebas, bajo la supervisión de personal capacitado en el área de la rehabilitación.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Vélez, F., Reflexiones, E., & de Población, R. D. S. G. Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica (ENAD), 2014. http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/boletines/2015/especiales/especiales2015_07_1.pdf
- [2] Ramírez, Z., Angel, M., González Ojeda, S., & Solís González, J. (1997). Lesión de articulación tibioperoneo astragalina. *Rev. mex. ortop. traumatol*, 11(2), 94-8.
- [3] Zöch, C., Fialka-Moser, V., & Quittan, M. (2003). Rehabilitation of ligamentous ankle injuries: a review of recent studies. *British Journal of Sports Medicine*, 37(4), 291-295. DOI: 10.1136/bjism.37.4.291
- [4] J. C. Pérez-Ibarra, A. L. J. Alarcón, J. C. Jaimes, F. M. E. Ortega, M. H. Terra and A. A. G. Siqueira, "Design and analysis of force control of a series elastic actuator for impedance control of an ankle rehabilitation robotic platform," 2017 American Control Conference (ACC), Seattle, WA, 2017, pp. 2423-2428. DOI: 10.23919/ACC.2017.
- [5] Jamwal, P. K., Xie, S. Q., Hussain, S., & Parsons, J. G. (2014). An adaptive wearable parallel robot for the treatment of ankle injuries. *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, 19(1), 64-75.
- [6] Méndez-Elizondo, S., Mendoza-Gutiérrez, M. O., & Bonilla-Gutiérrez, I. (2017, September). Desarrollo de un Sistema Robótico para Rehabilitación de Lesiones de Tobillo. In *Memorias del Congreso Nacional de Ingeniería Biomédica* (Vol. 4, No. 1, pp. 385-388).
- [7] Vallés, M., Cazalilla, J., Valera, Á., Mata, V., Page, Á., & Díaz-Rodríguez, M. (2017). A 3-PRS parallel manipulator for ankle rehabilitation: towards a low-cost robotic rehabilitation. *Robotica*, 35(10), 1939-1957.
- [8] J. A. Saglia, N. G. Tzagarakis, J. S. Dai and D. G. Caldwell, "A high performance 2-dof over-actuated parallel mechanism for ankle rehabilitation," 2009 *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Kobe, 2009, pp. 2180-2186.
- [9] Jamwal, P. K., Xie, S. Q., Hussain, S., & Parsons, J. G. (2014). An adaptive wearable parallel robot for the treatment of ankle injuries. *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, 19(1), 64-75.
- [10] Rosado, W. M. A., Valdes, L. G. V., Ortega, A. B., Ascencio, J. R., & Beltran, C. D. G. (2017). Passive rehabilitation exercises with an ankle rehabilitation prototype based in a robot parallel structure. *IEEE Latin America Transactions*, 15(1), 48-56.
- [11] Küçük S. (Ed.). (2012). *Serial and Parallel Robot Manipulators-Kinematics, Dynamics, Control and Optimization*. InTech.179-202.
- [12] Miao, Q., Zhang, M., Wang, C., & Li, H. (2018). Towards Optimal Platform-Based Robot Design for Ankle Rehabilitation: The State of the Art and Future Prospects. *Journal of healthcare engineering*, 2018.
- [13] Rastegarpanah, A., Rakhodaei, H., Saadat, M., Rastegarpanah, M., Marturi, N., Borboni, A., & Loureiro, R. C. (2018). Path-planning of a hybrid parallel robot using stiffness and workspace for foot rehabilitation. *Advances in Mechanical Engineering*, 10(1), 1687814017754159.