

Validación del comportamiento del sistema neuromotor bajo el enfoque de control óptimo

D. E. Alvarado^{1,*}, E. J. González¹, A. González², J. A. Cárdenas¹, M. E. Maya¹

¹Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, S.L.P

²CONACYT – Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S.L.P

* diana.alvasosa@gmail.com

Resumen— En este artículo se presenta la validación de que, en condiciones controladas y después de un proceso de entrenamiento, el movimiento descrito por una extremidad humana, en este caso la muñeca de una persona sana, puede ser modelado utilizando teoría de control óptimo. De manera más específica, se considera el problema de esfuerzo mínimo y su estudio se justifica con una posible aplicación para diagnóstico de personas con problemas en el sistema neuromotor.

Palabras clave—Control óptimo, esfuerzo mínimo.

I. INTRODUCCIÓN

El ser humano constituye un sistema corporal con múltiples grados de libertad, unido mediante un sistema articulado complejo capaz de realizar una amplia gama de movimientos a diferentes velocidades y sobre una variedad de superficies con un notable grado de precisión, rapidez y pericia. Esto con el fin de desarrollar diversas tareas de manipulación, soportar cargas, combinar de forma flexible múltiples tareas y adaptarse a perturbaciones desconocidas [1]. Esta movilidad sólo es posible gracias al trabajo articular producido por el sistema músculo esquelético.

La complejidad del aparato locomotor y sus propiedades dinámicas deben ser dominadas por estrategias eficientes implementadas en el sistema nervioso central (SNC) [2]. El cuerpo humano tiende a seguir patrones, secuencias de acciones y restricciones, para producir movimientos bastante consistentes, por medio del dominio de la coordinación motora a pesar del gran número de grados de libertad del aparato músculo-esquelético. Esto con el fin de reducir la indeterminación del sistema sin comprometer la capacidad de adaptarse a diferentes demandas de tareas motoras específicas, tal y como se señala en [3] y [4].

El presente documento se concentra en proponer un modelo del movimiento producido por el sistema neuromotor a través de un esquema de control óptimo. Se considera que este criterio optimiza algún aspecto de la tarea sin considerar las trayectorias de las extremidades. Un estudio como el que se propone en este trabajo, que considera a personas sanas, podría servir como apoyo al diagnóstico de personas con problemas neuromotores.

Kirk [5] muestra de manera general que el objetivo de la teoría de control óptimo es determinar las señales de control

que hacen que un proceso satisfaga las restricciones físicas que se tengan y al mismo tiempo, minimizar o maximizar según sea el caso algún criterio de rendimiento. Es decir se busca determinar la función que optimiza una funcional específica. En la teoría de control óptimo [6], los problemas suelen limitarse a:

1. Tiempo mínimo
2. Consumo mínimo de energía
3. Esfuerzo mínimo
4. Seguimiento
5. Control terminal

El planteamiento mostrado en este artículo se enfoca en solucionar el problema de un sistema que es llevado de un estado inicial arbitrario a un estado final prescrito aplicando el mínimo esfuerzo.

II. METODOLOGÍA

Un aspecto fundamental en control óptimo consiste en determinar las señales de control que hacen que un proceso satisfaga las restricciones físicas del sistema y al mismo tiempo determinar una condición que produce el valor óptimo (máximo o mínimo) de una funcional, que es un escalar, cuyos valores se determinan mediante la elección de una o varias funciones.

A. Esfuerzo mínimo

Para solucionar el problema de esfuerzo mínimo se utiliza el cálculo variacional, que es una rama de las matemáticas que estudia los métodos que permiten hallar los valores máximos y mínimos de las funcionales, aspecto relacionado directamente con el objetivo de la teoría de control óptimo.

De manera general una funcional J puede ser escrita mediante el uso de una función diferencial de primer orden como $H(x, y, \dot{y})$ de manera que

$$J = \int_{x_1}^{x_2} H(x, y, \dot{y}) dx \quad (1)$$

Una funcional alcanza su valor máximo o mínimo cuando su estado estacionario, denominado δJ , es cero. Esto puede expresarse como

$$\delta J = \int_{x_1}^{x_2} \delta H(x, y, \dot{y}) dx = 0 \quad (2)$$

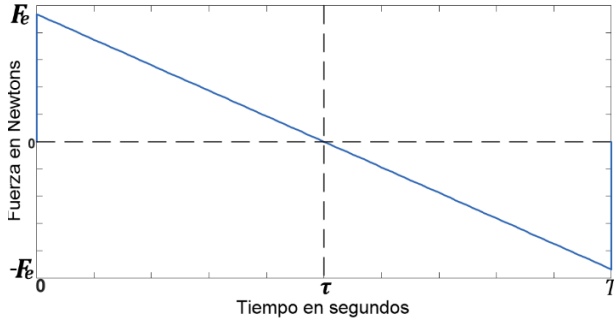


Fig. 1 Gráfica del perfil de fuerza esperado que resuelve el problema de esfuerzo mínimo para las condiciones mostradas en la Tabla 1

B. Problema de análisis

Para ilustrar el caso presentado en este trabajo, se considera el problema de determinar la fuerza mínima que deberá aplicar el sujeto para mover un objeto de masa m de un punto a otro, a lo largo de una línea horizontal sin fricción. Se puede definir la ecuación de movimiento del sistema como,

$$F = m\ddot{x} \quad (3)$$

Donde x representa la posición de la masa; en este caso se tiene un sistema de segundo orden donde, para el caso de mínimo esfuerzo, se define la funcional J como

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F^2 dt = m^2 \int_{t_1}^{t_2} \dot{x}^2 dt = m^2 \int_{t_1}^{t_2} G dt \quad (4)$$

La funcional J alcanza su valor mínimo cuando el estado estacionario sea cero. Considerando que la funcional depende de una derivada de segundo orden, el valor mínimo de la funcional se obtiene si se satisface la siguiente ecuación,

$$\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial G}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial G}{\partial \ddot{x}} = 0 \quad (5)$$

La cual a partir de (3), se reduce a,

$$\frac{d^4 x}{dt^4} = 0 \quad (6)$$

Que integrando produce (donde $[\dot{\quad}] = \frac{d[\quad]}{dt}$),

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= C_1 \\ \dot{x} &= C_1 t + C_2 \\ \dot{x} &= \frac{1}{2} C_1 t^2 + C_2 t + C_3 \\ x &= \frac{1}{6} C_1 t^3 + \frac{1}{2} C_2 t^2 + C_3 t + C_4 \end{aligned} \quad (7)$$

Las constantes se resuelven atendiendo a las condiciones de frontera. Para el trabajo presentado aquí, estas se muestran en la Tabla 1, donde t_i, x_i y \dot{x}_i , representan el tiempo,

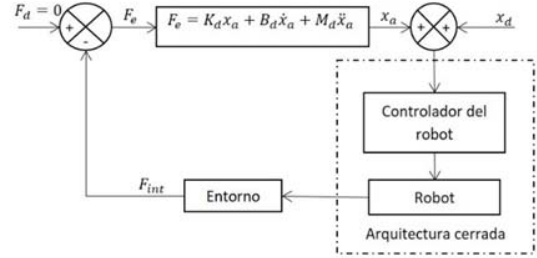


Fig. 2 Diagrama de bloques del control de impedancia en la plataforma experimental

posición y velocidad, respectivamente, con $i = 1$ como las condiciones iniciales y $i = 2$ las condiciones finales.

De esta manera se definen de forma general los valores de C_i con $i = 1 \dots 4$ como

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{12x_f}{T^3} & C_2 &= -\frac{C_1 T}{2} \\ C_3 &= 0 & C_4 &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Con esto se define la forma general del perfil de la fuerza que cumple con las restricciones prescritas para el problema de control óptimo:

$$F_{\text{optimo}} = m(C_1 t + C_2) \quad (9)$$

Donde, como se ilustra en la Fig. 1, la solución en el caso de control óptimo involucra la aplicación de una fuerza instantánea F_e que se reduce gradualmente cambiando el sentido de la fuerza en el tiempo $\tau = T/2$, hasta alcanzar la fuerza $-F_e$ en el tiempo T , que es cuando se deja de aplicar de manera abrupta.

Tabla 1 Condiciones de frontera.

$t_1 = 0$	$x_1 = 0$	$\dot{x}_1 = 0$
$t_2 = T$	$x_2 = x_f$	$\dot{x}_2 = 0$

III. IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL

La plataforma experimental para el trabajo presentado está compuesto por

- a) Robot industrial FANUC LR Mate 200iC.
- b) Controlador FANUC R-30iA Mate con terminal de enseñanza.
- c) Sensor de Fuerza FANUC FS-10iA.

Con el objetivo de contar con una plataforma que permita la interacción con una persona, la simulación de un sistema masa-resorte-amortiguador y un sensor para medir las fuerzas ejercidas, se utiliza un robot FANUC LR Mate 200iC cuyo control de interacción consiste de un controlador de impedancia cinemático [7]. Este control, implementado en el

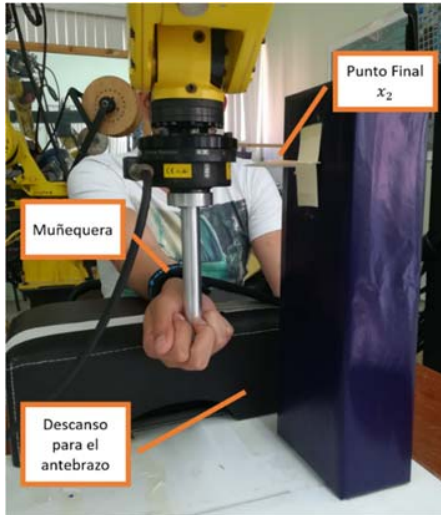


Fig. 3 Restricciones de movimiento para los sujetos de estudio

controlador del robot, se basa en el diagrama de bloques que se ilustra en la Fig. 2. Las mediciones de fuerzas necesarias para el ajuste de la trayectoria del efector final se obtienen mediante el uso del sensor FS-10iA. La posición del robot asociada con x_a se obtiene mediante la resolución numérica de la siguiente ecuación diferencial, considerada en el diagrama de bloques implementado en el controlador, y que incluye los parámetros del controlador de impedancia

$$F_e = M_d \ddot{x}_a + B_d \dot{x}_a + K_d x_a \quad (10)$$

Donde F_e es la fuerza ejercida en el sensor. El movimiento de la persona está restringido de modo tal que los sujetos de prueba serán inmovilizados con una muñequera, para realizar un movimiento de flexión con la muñeca. Para asegurar que se cumple con las especificaciones de distancia y tiempo, se coloca una marca en la mesa de trabajo indicando el punto final x_2 , como se muestra en la Fig. 3.

La búsqueda del perfil de fuerza aplicada que permita el movimiento de una masa atendiendo al enfoque descrito en este trabajo, se hace con la finalidad de corroborar que el ser humano puede realizar una maniobra si es entrenado para realizarla de acuerdo a las condiciones establecidas como esfuerzo mínimo.

Tabla 2 Datos generales de los sujetos

Sujeto	Genero	Edad (años)	Altura (cm)
1	Masculino	35	178
2	Masculino	30	185
3	Masculino	25	173
4	Masculino	26	163
5	Masculino	25	167

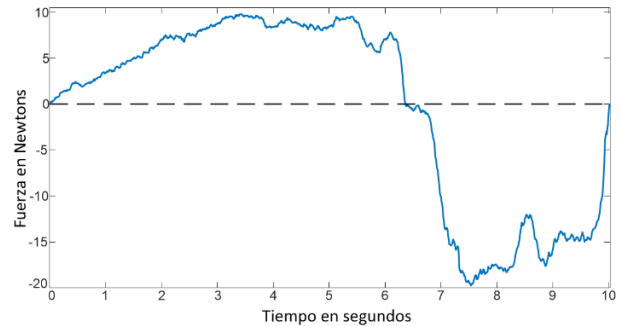


Fig. 4 Fuerza medida de sujeto de control

A. Experimentación

Se realizan pruebas a 5 sujetos, con las características indicadas en la Tabla 2, sin historial de enfermedades en el sistema neuromotor, a quienes se les instruyó que movieran el efector final del robot FANUC LR Mate 200iC, donde se encuentra montado Sensor de Fuerza FANUC FS-10iA, del punto inicial x_1 al punto final x_2 , sin prescribir el tiempo de duración de la prueba, pero con la instrucción de que aplicaran la menor fuerza posible.

Como se había mencionado, se busca encontrar el perfil de fuerza que permita mover una masa M_d simulada con el robot industrial utilizado en la plataforma experimental, bajo el enfoque de esfuerzo mínimo. Para los parámetros del controlador en (10) se considera $B_d = 0$ y $K_d = 0$.

Tabla 3 Condiciones de frontera del experimento

$t_1 = 0$	$x_1 = 0$	$\dot{x}_1 = 0$
$t_2 = T$	$x_2 = 40mm$	$\dot{x}_2 = 0$

Con las condiciones de frontera descritas en la Tabla 3 se puede obtener el valor de los coeficientes C_i con $i = 1 \dots 4$ como

$$C_1 = -\frac{0.48}{T^3} \quad C_2 = -\frac{C_1 T}{2} \quad (11)$$

Sustituyendo estos valores en (8) y considerando el valor simulado de la masa de $M_d = 1.5 \text{ kg}$, se puede calcular el perfil de fuerza requerido que produzca su desplazamiento de acuerdo al enfoque de control óptimo planteado.

IV. RESULTADOS

Para el análisis de los resultados del experimento se observará la fuerza aplicada, la distancia recorrida y el tiempo que le tomó a la persona terminar el experimento. En la Fig. 4 se muestra la fuerza aplicada por uno de los sujetos. Como se había mencionado en la Tabla 3, el tiempo final no está

prescrito, por lo que para cada sujeto el perfil de fuerza es distinto. En la Tabla 4 se muestran los mejores resultados, para la solución de esfuerzo mínimo, obtenidos por los 5 sujetos de control, después del entrenamiento.

Tabla 4 Resultados de fuerza medidos de sujetos

Sujeto	Tiempo	F_{z+}	F_{z-}	F_e
1	13	6.93	-6.05	± 1.5444
2	10	10.09	-19.45	± 3.06
3	7	16.37	-22.78	± 5.1429
4	6	26.90	-47.17	± 9.9750
5	6.5	31.10	-25.20	± 6.4050

En la Tabla 5 se muestran los porcentajes de error con respecto al valor máximo de fuerza ejercido.

Tabla 5 Porcentaje de error de la máxima fuerza ejercida por la persona (en sentido positivo y negativo) contra la fuerza calculada bajo el enfoque de control óptimo, en los mismos sentidos.

Sujeto	$\%e_+$	$\%e_-$
1	348.71	291.73
2	229.73	535.62
3	218.30	342.94
4	169.67	372.88
5	385.55	293.44

Otro aspecto importante es la distancia recorrida por la persona, y el tiempo utilizado para realizar el movimiento, que como se había mencionado, T no está prescrito. Un aspecto importante resultado de la aplicación de la teoría de control óptimo para esfuerzo mínimo, es que el cambio en el sentido de la fuerza se realiza a la mitad del tiempo requerido para la maniobra ($\tau = T/2$); estos resultados se muestran en la Tabla 6

Tabla 6 Porcentaje de error de la distancia $\%e_d$ y el tiempo $\%e_\tau$

Sujeto	Distancia	$\%e_d$	τ	$\%e_\tau$
1	29.25	26.87	7	7.69
2	34.32	14.20	6.5	30.0
3	28.01	29.97	4.2	20.0
4	39.94	0.15	3.6	20.0
5	31.19	22.02	3.8	16.92

V. DISCUSIÓN

Como se puede observar en la Tabla 5, los porcentajes de error en la fuerza utilizada por los sujetos, respecto a la fuerza que predice el enfoque de control óptimo, son considerables. Esta diferencia puede explicarse por la incapacidad de una

persona para ejercer fuerzas de manera instantánea, situación que demanda la solución del problema de control óptimo ilustrada en la Fig. 1. Por otro lado, en la Tabla 6 se puede observar que también hay diferencias entre la distancia esperada y la medida. Como se puede ver el error más grande es en el caso del sujeto 3, con una diferencia de casi 12 mm.

Sin embargo, el tiempo en el cual se hace el cambio en la dirección de la fuerza es similar, dentro de un error menor al 30%, entre el que establece el modelado matemático y el ejercido por las personas durante los experimentos, como se ilustra en la última columna de la Tabla 6. La medición de este tiempo puede constituir una pauta para la valoración cuantitativa del grado de afectación de una persona con problemas en el sistema neuromotor.

VI. CONCLUSIÓN

A pesar del diferencial tan grande en el caso de la fuerza aplicada, un aspecto a resaltar es en términos del tiempo τ en el que se realiza el cambio en la dirección de la fuerza aplicada, la cual se realiza muy cerca de la mitad del periodo de duración de la maniobra. Cabe resaltar que en ningún momento se hace la indicación a la persona de cuándo realizar el cambio de dirección de la fuerza. Como trabajo futuro se buscaría aumentar el número de experimentos realizados para validar que, con el entrenamiento adecuado, es posible que los sujetos evaluados puedan mejorar los resultados aproximando el perfil de fuerza ejercida a uno más cercano al óptimo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Kulić, D., Venture, G., Yamane, K., Demircan, E., Mizuuchi, I., and Mombaur, K., Anthropomorphic movement analysis and synthesis: a survey of methods and applications. IEEE Transactions on Robotics, 4, 32, 2016.
- [2] Alessandro, C., Delis, I., Nori, F., Panzeri, S., and Berret, B., Muscle synergies in neuroscience and robotics: from input-space to task-space perspectives. Frontiers in computational neuroscience, 7, 43, 2013
- [3] Spiers, A., Herrmann, G., and Melhuish, C., "An optimal sliding mode controller applied to human motion synthesis with robotic implementation" en American Control Conference (ACC), 2010, 991-996. IEEE.
- [4] Lacquaniti, F. and Soechting, J.F., Coordination of arm and wrist motion during a reaching task. Journal of Neuroscience, 2(4), 399-408.
- [5] Kirk, D.E., "Optimal control theory: an introduction." Courier Corporation., 2012, ch 4, pp 108-109.
- [6] Martínez, J.L.G. and Galván, E.J.G. "Movimiento balístico de un sistema subamortiguado de segundo orden" en Memorias del XVII Congreso Internacional Anual de la SOMIM, 2011, 6. SOMIM.
- [7] Krebs, H.I., Volpe, B.T., Williams, D., Celestino, J., Charles, S.K., Lynch, D., and Hogan, N., Robot-aided neurorehabilitation: a robot for wrist rehabilitation. IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering, 15(3), 327335.